

Forskning

Analyskriterier för termohydrauliskt belastade rör

Olof Björndahl

Januari 2005

SKI-perspektiv

Bakgrund

Vid snabba termohydrauliska transienta förlopp samverkar rörsystemets mekaniska egenskaper med det inneslutna vattnet s.k. struktur/fluid koppling. De belastningar som uppstår vid sådana förlopp, t.ex. vattenslag på grund av ventilstängning, skiljer sig ur strukturmekanisk synvinkel från andra dynamiska belastningar som analyseras i rörsystem. Indirekta laster som verkar genom antagna rörelser i rörets stöd, s.k. basexcitering, är en sådan typ av dynamiska laster som ofta är av mer lågfrekvent natur än de som orsakas av termohydrauliska förlopp. För dessa laster finns relativt välutvecklade och tillämpbara kriterier vilka kan användas i syfte att påvisa fullständigheten i den beräknade spänningsresponsen i röret.

Bedömningen i fullständigheten i den beräknade spänningsresponsen vid termohydrauliska transienta tryckförlopp är dock mer problematisk. De mest väsentliga orsakerna till detta är den högfrekventa naturen av dessa förlopp och det specifika rums- och tidsberoendet av trycket som verkar på röret, kopplad till vågutbredningsförmågan i det inneslutna vattnet. Motsvarande enkla kriterier som i fallet basexcitering finns ej att tillgå för denna typ av excitering. Det naturliga angreppssättet i detta fall är att enbart förlita sig på den tidsberoende karaktären av det termohydrauliska förloppet som underlag för t.ex. elementindelning och tidssteg. En sådan ansats leder ofta till högre krav på modelleringen än vad som brukar tillämpas. Ett ofta förekommande problem förknippad med detta är att någon form av datareduktion (nedsampling) utförs utan någon tillfredsställande analys av reduktionens inverkan på erhållen spänningsrespons.

Syfte

Syftet med detta projekt var att öka kunskapen om hur dessa belastningar skall hanteras samt utreda möjligheten att ur lastens natur härleda lämpliga kriterier för t.ex. elementindelning och val av tidssteg, d.v.s de parametrar som kan antas styra konvergensen i beräknade spänningar.

Ett annat syfte var att studera strukturdämpningens inverkan på spänningsresponsen för att på det sättet kunna bedöma känsligheten i valet av dämpningsvärden.

Resultat

Projektet har tillräckligt belyst de centrala frågeställningar som pekats ut inom ramen för det beställda arbetet. De härledda konvergensparametrarna både för ett s.k. kopplat elasto-akustisk problem med enbart akustisk excitering och för en okopplad analys enligt traditionell 2-stegs metod verkar utgöra relevanta mått på beräknat fel för snitt- och reaktionsmoment. Dessa parametrar, som bygger på uppskattning av maximal modal töjningsenergi, kan således vara ett effektivt verktyg vid bestämmande av modellidealiserings och val av tidssteg vid analyser av rörkomponenter enligt ASME III.

Det utförda arbetet har också visat att konvergensen för tvärkrafter och axiella snittkrafter är avsevärt sämre än för snittmoment/reaktionsmoment. För dessa storheter är konvergens-

parametern baserad på modal töjningsenergi ej ett konservativt mått. Detta är dock ett generellt problem för alla typer av dynamiska belastningar i rörsystem

Vidare har en begränsad studie om strukturdämpningens inverkan visat att dämpningsvärdet har en relativt sett svag inverkan på spänningsresponsen, vilket kan härleddas till att den exciterande källan är av impulskaraktär.

Genom det utförda arbetet har en del områden identifierats som kan behöva vidare utredas. Det handlar primärt om strukturdynamiska egenskaper i rörkrökar och konvergens i stödreaktioner.

Projektinformation

SKI:s projekthandläggare: Konstantinos Xanthopoulos.

Projektnummer: 14.42-021190/01169.

Projektorganisation: Arbetet har utförts i sin helhet på Det Norske Veritas, med medverkande från DNV Nuclear Technology AB och Consulting. Projektledare var Olof Björndahl.

Forskning

Analyskriterier för termohydrauliskt belastade rör

Olof Björndahl

Det Norske Veritas
Warfvinges väg 19B
104 25 Stockholm

Januari 2005

Denna rapport har gjorts på uppdrag av Statens kärnkraftinspektion, SKI. Slutsatser och åsikter som framförs i rapporten är författarens/författarnas egna och behöver inte nödvändigtvis sammanfalla med SKI:s.

Summary

A R&D project has been carried out by DNV. The project was sponsored by the Swedish Nuclear Power Inspectorate, SKI. The objective was to develop criteria and parameters suited for control of stress convergence in piping exposed to thermo-hydraulic loading.

A pipe segment model was derived based on an axisymmetric shell formulation and a beam formulation. For the contained fluid an acoustic formulation was used. The implemented FEM-formulation of the pipe segment was verified by comparison with documented analytical solutions. For the pipe structure part Mindlin shell theory was used for verification. Based on the FEM-formulation stress convergence parameters were derived. The derived parameters correspond to the parameter *effective modal mass*, which is widely used in connection with base motion excited structures. The parameters were derived both for the coupled elasto-acoustic procedure and for the traditional uncoupled 2-step procedure based on derived control volume force signals.

In order to control the stress convergence parameters a test model of a piping system was used. Response signals of different section forces and moments were computed for a rapid valve closure load. Convergence of computed response signals were compared to the estimated convergence parameters.

The derived convergence parameters are found to be a reliable tool in order to determine an adequate time step and modal base for stress analysis in the pipe. The test computations also show that stress convergence may be achieved by use of a much longer time step and a courser element discretization than a traditional approach, based on the load signal only, will indicate. The convergence of pure axial stresses and shear stresses due to translational forces is slower than for bending moments. However this will not harm fulfilment of stress acceptance criteria in the piping but may be a matter of concern in connection with stress analysis of the pipe supporting structure.

A limited study was also performed about the influence of the structural damping value on the dynamic stress response. The coupled formulation, FSI, was used. The influence was found to be weak. The reason for this is the impulse type of loading. It is not found meaningful to study the damping influence when use of the traditional uncoupled 2-step procedure. A possible resonant behaviour of the structural response, when use of such a procedure, is found to be non physical and an effect of applied method only.

<i>Innehållsförteckning</i>	<i>Sida</i>
SAMMANFATTNING	5
1. BAKGRUND	7
1.1 Projektets målsättning	8
2. ARBETETS UPPLÄGGNING	9
3. FENOMENOLOGISK BESKRIVNING.....	10
3.1 Excitation genom störning av flödes hastighet.....	11
4. FEM-FORMULERING	12
4.1 Kopplade ekvationer på systemnivå.....	12
4.1.1 Hantering av inkompressibel fluid.....	15
4.2 Strukturmodell.....	16
4.3 Akustisk fluidmodell	17
4.4 Lösning av det kopplade problemet	18
4.5 Lösning av det okopplade problemet	18
4.5.1 Okopplad analys enligt traditionell 2-steps metod.....	18
4.5.2 Okopplad analys med konsistent strukturbelastning.....	19
5. KONVERGENSPARAMETRAR	21
5.1 Konvergens av töjningsenergi vid kopplad analys.....	21
5.1.1 Strikt impulsexcitering.....	23
5.1.2 Impulsexcitering med viss varaktighet	25
5.2 Konvergens av töjningsenergi vid okopplad analys.....	26
5.3 Tillämpning av härledda konvergensparametrar.....	30
5.3.1 Konvergens av snittmoment och reaktionsmoment.....	30
5.3.2 Konvergens av reaktionskrafter och axiell töjning	30
5.3.3 Val av tidssteg vid direkt tidsintegration	31
6. TESTBERÄKNINGAR	32
6.1 FSI jämfört med okopplad beräkning.....	32
6.2 Test av konvergensparametern vid okopplad analys.....	33
6.3 Test av konvergensparametern vid kopplad analys.....	34
7. DÄMPNINGENS INVERKAN.....	35
8. SLUTSATSER.....	38
9. FÖRSLAG TILL FORTSATTA INSATSER.....	40
10. REFERENSER.....	42

REVISIONSFÖRTECKNING.....	43
BILAGA 1 – STRUKTURMODELL AV ETT RÖRSEGMENT.....	44
B1.1 Axisymmetrisk skalmodell av ett rörsegment.....	44
B1.2 Axisymmetrisk membranmodell.....	48
B1.3 Balkmodell för rörets böj/skjuv- och torsionssvängningar.....	50
B1.4 Avvikelse från balkteori för rörkrökar.....	52
B1.5 Referenser.....	54
BILAGA 2 – AKUSTISK FLUIDMODELL.....	55
B2.1 Axisymmetrisk modell.....	55
B2.2 Akustisk modell för delen av tryckfältet avvikande från axisymmetri.....	59
B2.2.1 Krökars inverkan på ljudfältet.....	61
B2.3 Referenser.....	62
BILAGA 3 – KOPPLAD MODELL PÅ ELEMENTNIVÅ.....	63
B3.1 Modellreduktion tillämpbar för praktiska tillämpningar.....	63
B3.2 Referenser.....	65
BILAGA 4 – TESTMODELL AV ETT RÖRSYSTEM.....	66
BILAGA 5 – JÄMFÖRELSE MELLAN KOPPLAD OCH OKOPPLAD ANALYS.....	68
BILAGA 6 – TEST AV KONVERGENS VID OKOPPLAD ANALYS.....	71
BILAGA 7 – TEST AV KONVERGENS VID KOPPLAD ANALYS.....	76

SAMMANFATTNING

Ett projektarbete har utförts på DNV. Projektet har finansierats av Statens Kärnkraftinspektion, SKI. Projektets mål har varit att ta fram lämpliga analyskriterier för spänningsberäkningar i rör-system under transienta termohydrauliska belastningar.

Utgående från en axisymmetrisk skalformulering och en balkformulering har en utvidgad balkmodell av ett rörsegment skapats. Till denna utvidgade balkmodell har en akustisk modell av den inneslutna fluiden formulerats. Direkt utgående från FEM-formuleringen har konvergensparametrar härletts. Dessa konvergensparametrar är en ekvivalent motsvarighet till parametern *effective modal mass* som tillämpas vid vibrationsbelastning via rörets förankringars rörelser, exempelvis vid seismisk belastning. Parametrar har härletts både för kopplad analys, FSI, och för en belastning av den typ som tillämpas vid en traditionell okopplad röranalys, dvs baserat på sk kontrollvolymkrafter.

Den implementerade finita elementformuleringen av rörsegmentet har verifierats mot kända och väl dokumenterade analytiska lösningar. För strukturdelen har Mindlins skalteori tillämpats för verifiering av den implementerade FEM-formuleringen. För kontroll av härledda konvergensparametrar har en testmodell av ett rörsystem byggts upp. Olika snittstorheters responssignaler har beräknats för en typisk belastning motsvarande en mycket snabb ventilstängning. En jämförelse av den faktiska konvergensen på dessa snittstorheter har gjorts mot härledda konvergensparametrar.

De testberäkningar som utförts påvisar att med konvergensparametern som utgångspunkt kan ett rimligt val av tillräckligt tidssteg och modal bas göras. Vidare indikerar testberäkningarna att konvergens av spänningar i röret kan erhållas vid avsevärt längre tidssteg och med grövre elementdiskretisering än vad ett traditionellt angreppssätt anger. Vidare kan konstateras att konvergensen av tvärkrafter och axialkrafter är avsevärt sämre än för snittmoment. Denna problematik berör ej uppfyllandet av acceptanskriterier för spänningsanalys av rörkomponenter. Vanligen nyttjas dock röranalyser även till hållfasthetsbedömningar av rörstöd där konvergens av dessa krafter i vissa fall kan vara nödvändigt.

En begränsad studie har gjorts av strukturdämpningens inverkan på spänningsresponsen. Vid studien nyttjades en kopplad analys. Dämpningens inverkan är svag. Detta bedöms bero på att belastningen i grunden är av impulstyp. Det har ej bedömts meningsfullt att studera dämpningens inverkan vid tillämpning av traditionell okopplad analys med den sk 2-stegsmetoden. Detta då en eventuell resonant respons i ett sådant fall kan hänföras till metoden som sådan och ej till ett fysikaliskt beteende.

1. BAKGRUND

En belastningstyp som ofta är dimensionerande för rörsystem i kärnkraftsanläggningar är snabba sk termohydrauliska transienta förlopp. Exempel på sådana belastningar är vattenslag på grund av ventilstängning, trycktransienter vid ångkollaps och momentana rörbrott.

Vid dessa förlopp samverkar rörsystemets mekaniska egenskaper med det inneslutna vattnet genom sk struktur/fluid-koppling. Spänningsanalys i rörsystem av dessa förlopp utförs traditionellt i två steg. Det första steget i en sådan analys innebär att vattnets tryckförlopp beräknas. Hänsyn till rörets fjädrande verkan på vattnets ljudutbredningsförmåga ingår ofta i det första steget som den enklaste formen av approximation av struktur/fluid-koppling. Beräknat tryckförlopp och krafter orsakade av rörets krökning införs sedan i en mekanisk modell av rörsystemet där spänningsresponsen beräknas i steg två.

Från strukturmekanisk synvinkel skiljer sig dessa termohydrauliska belastningar principiellt från andra dynamiska belastningar vilka analyseras i rörsystem. Andra typer av dynamiska laster är sk indirekta laster vilka verkar genom antagna rörelser i rörets stöd, sk basexcitering. Oftast är dessa laster av mer lågfrekvent natur än de som orsakas av termohydrauliska förlopp.

För fallet basexcitering, dvs indirekta belastningar, finns väl utvecklade och tillämpbara kriterier vilka kan användas i syfte att påvisa fullständigheten i den beräknade spänningsresponsen i röret, se referens /1/ och /2/. Genom att utgå från responspektrum av basexciteringens tidssignal och väldefinierade parametrar härledda från strukturmodellens modala parametrar, kan man på matematisk grund påvisa rimligheten i den dynamiska beräkningen av spänningsresponsen. Bedömningen av fullständigheten i den beräknade spänningsresponsen vid termohydrauliska transienta tryckförlopp är mer problematisk. En av orsakerna till detta är den högfrekventa naturen av dessa tryckförlopp. En annan väsentlig orsak är det specifika rums- och tidsberoende av trycket/kraften verkande på röret kopplat till vågutbredningen i det inneslutna vattnet. Motsvarande enkla kriterier baserade på modala parametrar som i fallet basexcitering finns ej att tillgå i litteraturen för denna typ av excitering. Det naturliga angreppssättet i detta fall är att enbart förlita sig på den tidsberoende karaktären av det termohydrauliska förloppet som underlag för elementindelning, tidssteg etc. En sådan ansats, som generellt är helt invändningsfri, leder ofta till avsevärt högre krav på modelleringen än vad som traditionellt tillämpats i branschen.

Ett ofta förekommande problem besläktat med detta är att någon form datareduktion, nedsampling, utförs på den exciterande tidssignalen från den termohydrauliska beräkningen utan strikt motivering eller baserat på tveksamma/felaktiga grunder. Bakgrunden till behovet av datareduktion är den metod för tidsintegration som tillämpas i vissa termohydrauliska program vilka kräver ett mycket kort tidssteg för att undvika sk numerisk dämpning. Exempelvis har programmet RELAP5 dessa egenskaper. Kontrollorganet ställs ofta inför problemet att bedöma termohydrauliska belastningsunderlag där en kraftig datareduktion införts där en tillfredsställande analys av reduktionens inverkan på erhållen spänningsrespons saknas.

Inget dokumenterat arbete har identifierats där dämpningens inverkan på resulterande spänningsnivå studerats specifikt för termohydraulisk belastning i rörsystem. För rent mekaniska indirekta belastningar kan ett sådant samband direkt ges via resonanstopporna i basexciteringens responspektrum. Detta då den huvudsakliga delen av spänningsresponsen kan förväntas härstamma från en resonant respons i rören. Det är således förhållandevis enkelt, för en sådan typ av belastning, att bedöma inverkan från tillämpad dämpning avvikande från gällande standard/praxis. Vid termohydraulisk belastning är det avsevärt svårare göra motsvarande bedöm-

ning då trycktransienten är en kombination av en impuls och ett avklingande svängande förlopp. Att tillämpa samma principer för termohydrauliska förlopp som för indirekta laster kan vara onödigt konservativt.

Sammanfattningsvis kan alltså konstateras att transienta termohydrauliska förlopp ofta är dimensionerande och att en helhetsbild av hur dessa förlopp skall hanteras saknas. Vidare kan konstateras att ett genomförande av spänningsberäkningar i rörsystem med nyttjande av tidssteg och elementdiskretisering som är konsistenta med det exciterande tryckförloppets karaktär ofta leder till avsevärt högre krav på modelleringen än vad som faktiskt hittills tillämpats i branschen.

Mot bakgrund av de problemområden som diskuterats ovan har ett projektarbete utförts vars syfte har varit att öka kunskapen om hur dessa belastningar skall hanteras samt om möjligt ta fram lämpliga kriterier att nyttja som underlag för sådana analyser och kontrollarbete. Projektet har finansierats av Statens Kärnkraftinspektion, SKI.

1.1 Projektets målsättning

Projektets mål har varit att ta fram lämpliga analyskriterier för spänningsberäkningar i rörsystem under transienta termohydrauliska belastningar. Syftet med dessa kriterier är att möjliggöra att fullständigheten i beräknade spänningsresponser kan påvisas. Utgående från belastningens natur utreds möjligheten att härleda lämpliga kriterier för elementindelning, val av tidssteg etc, dvs de parametrar vilka kan antas styra konvergensen i beräknade spänningar.

Vidare har målet varit att ta fram bedömningsunderlag vilket påvisar dämpningens inverkan på spänningsresponserna.

2. ARBETETS UPPLÄGGNING

Ett centralt problemområde i detta projektarbete kretsar kring frågeställningen hur man kan påvisa att beräknade rörspänningar är rimliga trots att elementstorleken och det tidssteg som valts för röranalysen ej till fullo är konsistent med den applicerade termohydrauliska belastningens tidsförlopp. Detta är en mycket vanlig situation vid hållfasthetsanalys av rörsystem för denna typ av belastning. Att bestämma tidssteg och elementstorlek med enbart belastningens tidsberoende som utgångspunkt, vilket hittills varit det enda möjliga och naturliga alternativet, leder ofta till mycket ohanterliga modeller. Detta har varit den primära frågeställningen i detta arbete. Det utförda arbetet har lagts upp enligt punkterna nedan.

- (i) *Modellidealiserings med definierade begränsningar.* De acceptanskriterier som ges av ASME Div 1 Section III för rörkomponenter, NB3600/NC3600, utgår från beräknade responsstorheter av typen snittmoment, dvs kopplade till en balkmodell av röret. Utgående från en axisymmetrisk skalformulering och en balkformulering har en utvidgad balkmodell av ett rörsegment skapats. Till denna utvidgade balkmodell har en akustisk modell av den inneslutna fluiden formulerats vars tryckformulering är fullt konsistent med förskjutningsformuleringen av rörstrukturen. Begränsningen i den valda formuleringen har identifierats och kommenterats.
- (ii) *Implementering av en FEM-formulering av ett rörsegment.* Formulering enligt (i) har implementerats i MATLAB som ett elasto-akustiskt finita element beskrivande ett rörsegment. Genom implementeringen har en möjlighet skapats att på ett strukturerat sätt studera hur vätska och struktur samverkar. Genom att välja alternativa lösningsstrategier kan kopplade analyser jämföras med beräkningar utförda på traditionellt sätt. Ett väsentligt skäl till att nyttja en egenutvecklad rörformulering är att det varit den enda möjligheten att verifiera de konvergensparametrar som härletts.
- (iii) *Härledning av konvergensparametrar.* Direkt utgående från FEM-formuleringen har konvergensparametrar härletts. Dessa konvergensparametrar är en ekvivalent motsvarighet till parametern *effective modal mass* som tillämpas vid vibrationsbelastning via rörets förankringars rörelser, exempelvis vid seismisk belastning. Parametrar har härletts både för den kopplade formuleringen och för en belastning av den typ som tillämpas vid en traditionell okopplad röranalys.
- (iv) *Verifierande testberäkningar.* Den implementerade finita elementformuleringen av rörsegmentet har verifierats mot kända och väl dokumenterade analytiska lösningar. För strukturdelen har Mindlins skalteori tillämpats för verifiering av den implementerade FEM-formuleringen. För kontroll av härledda konvergensparametrar har en testmodell av ett rörsystem byggts upp. Olika snittstorheters respons signaler har beräknats för en typisk belastning motsvarande en mycket snabb ventilstängning. En jämförelse av den faktiska konvergensen på dessa snittstorheter har gjorts mot härledda konvergensparametrar.

3. FENOMENOLOGISK BESKRIVNING

Det primära syftet med detta arbete har varit att ta fram kriterier och parametrar i syfte att på ett kontrollerat sätt bestämma konvergensen i beräknade strukturspänningar i rör utsatta för transienta tryckstörningar. Ett klassiskt problem av denna typ är så kallade vattenslag, se referenserna /3/ och /4/. Det i allt väsentligt dominerande fenomenet vid vattenslag är effekten av den akustiska tryckvåg som genereras vid en momentan lokal ändring av flödes hastigheten. Detta kan exempelvis vara orsakat av en snabb ventilstängning. Detta kan illustreras genom följande enkla exempel.

Vid en snabb lokal flödes hastighetsändring δV i ett endimensionellt problem ges den akustiska tryckstörningen δP_a enligt Joukowsky av följande uttryck, se referens /4/. Här betecknar c ljudhastigheten och ρ_f densiteten.

$$\delta P_a = \delta V \cdot \rho_f \cdot c \quad \text{tryckstörning enligt Joukowsky} \quad (3-1)$$

Tillämpbarheten i ovanstående uttryck begränsas av hur snabb ventilstängningen är. Vid förlopp där ventilstängningen tar längre tid än den tid det tar för en ljudvåg att transporteras tillbaka till ventilen medför en tillämpning av uttrycket (3-1) en överskattning av tryckstörningen.

Ett fenomen som försummas vid en akustisk betraktelse är den inverkan på tryckstörningen som är direkt kopplad till ändringen av flödes hastighet. Vi kallar denna störning för δP_v . Denna ges av följande uttryck (3-2). Vi antar att initialtillståndet ges av flödes hastigheten V_0 .

$$\delta P_v = \frac{\rho_f}{2} (V_0^2 - (V_0 + \delta V)^2) = -\rho_f V_0 \delta V - \frac{\rho_f \delta V^2}{2} \quad \text{tryckstörning pga flödesändring} \quad (3-2)$$

En ventilstängning kan beskrivas som att $\delta V = -V_0$. Bildas nu en relation mellan de två tryckstörningarna framgår att den klart dominerande andelen av tryckförändringen utgörs av den akustiska delen.

$$\frac{\delta P_v}{\delta P_a} = \frac{V_0}{2c} \quad (3-3)$$

Med vatten som medium i röret kan man konstatera att den flödesrelaterade tryckstörningen δP_v är av storleksordningen 1 ‰ av den akustiska störningen vid en momentan flödesförändring.

En enfasbetraktelse förutsätter att det absoluta trycket, dvs trycket vid initialtillståndet tillsammans med tryckstörningen, ej understiger ångbildningsstrycket. I detta arbete har enbart enfasproblematiken studerats.

Betraktar man de fenomen som uppträder i ett rör vid transienta tryckförlopp kan det vara lämpligt att dela upp problemet med utgångspunkt från ett rörs fundamentala strukturegenskaper. De acceptanskriterier som oftast tillämpas i syfte att bestämma ett rörsystems hållfasthet bygger på att betrakta de snittstorheter som ges av en balkbetraktelse av rörtvärsnittet.

Till skillnad från en traditionell balkmodell förekommer ett fenomen i detta problemområde som normalt ej inkluderas i balkteori. För att på ett korrekt sätt beskriva interaktionen mellan rörstrukturen och innesluten fluid måste det införas en utvidgning av balkmodellen av röret. En vä-

sentlig del av interaktionen består i den strukturella kopplingen mellan rörets axiella töjning och omkretstöjningen i rörväggen. En lokal tryckökning påverkar alltså röret både genom att lokalt öka rörets radie och samtidigt förkorta röret.

Betraktar man en tredimensionell balkformulering av en rak balk kan man konstatera att balkens axiella frihetsgrader är okopplade från övriga frihetsgrader i balken. Detsamma gäller balkens frihetsgrader vilka representerar torsionen i balken. En lämplig idealisering för denna tillämpning kan alltså vara att utvidga balkformuleringen i syfte att ta hänsyn till den radiella/axiella interaktionen.

En modellidealisering av ett rör kan alltså bestå av en modell som hanterar den del av problemet som beskriver kopplingen mellan strukturrörelser och tryckfält betraktat som ett axisymmetriskt problem omkring rörets centrumaxel. Resten av problemet kan betraktas ett balkproblem med tillhörande asymmetriskt tryckfält.

I kapitel 4 diskuteras den FEM-formulering som ligger till grund för modellidealisering som tillämpats i detta arbete. I bilagorna 1-3 härleds och beskrivs de elementformuleringar som implementerats och de begränsningar som är förknippade med den valda idealiseringen.

3.1 Excitation genom störning av flödes hastighet

De transienta tryckförlopp som vanligen förekommer i rörsystem har oftast sin grund i att flödet lokalt snabbt förändras. Detta kan exempelvis vara en momentan ventilstängning/öppning, en pumpstart eller kollaps av en ångbubbla. Alla dessa fenomen kan beskrivas som en lokal volymförändring i det i röret inneslutna mediet. Vid en akustisk idealisering är det naturliga randvillkoret den akustiska källstyrkan, vilket motsvarar den lokala volymförändringens andra tidsderivata, alltså en lokal volymacceleration. En momentan förändring av flödes hastigheten motsvarar alltså en mycket kortvarig puls beskriven som källstryka.

I detta arbete har generellt valts att beskriva den störning som påverkar rörets belastning som en kortvarig lokal volymstörning i den inneslutna fluiden.

4. FEM-FORMULERING

Ett mycket centralt problemområde i detta arbete har varit studiet av konvergensen av beräknade strukturresponser och formulering av parametrar som beskriver konvergensen på ett kontrollerat sätt. Idag finns ej tillgång till kommersiella programverktyg där man på ett effektivt sätt kan utföra sådana studier. Ej heller finns kommersiellt tillgängligt program där alternativa lösningsstrategier kan studeras med för övrigt samma simuleringsmodell som grund. De flesta idag tillgängliga röranalysprogram saknar dessutom en formulering av det kopplade problemet. Av detta skäl har det inom detta arbete tagits fram en effektiv elasto-akustisk elementformulering specifikt för rörapplikationer. Rörelementet har implementerats som ett elasto-akustiskt finit element i MATLAB.

Med den utvecklade rörformuleringen kan följande typer av problem/analyser studeras och utföras.

- (i) *Raka rör.* Den utvecklade elementformuleringen medger analyser av vågutbredning och stationära vibrationer med i princip obegränsad övre gränshfrekvens för raka rör. Den övre gränshfrekvensen för denna applikation är kopplad till den begränsning som finns i att beskriva röret som ett skal baserad på Mindlins skalteori. Implementeringen har dock begränsningen att endast responsen av en axisymmetrisk excitering kan studeras. Det finns dock ingen begränsning till plan vågutbredning. Interaktionen mellan fluid och rörvägg medför att tryckfältet i fluiden avviker från en plan våg. Den effekten ökar med ökad frekvens.
- (ii) *Rör med krökar och förgreningar.* Rörssystem med i princip generellt utseende kan analyseras där såväl krökar som förgreningar kan ingå. Rörssystemet kan kopplas till en struktur av generellt slag. Fluidvolymen av generellt utseende kan även införas i systemet. Modellens tillämpbarhet begränsas av de begränsningar som finns kopplade till att beskriva ett rörs egenskaper i tvärriktning med Timoshenko balkteori. Begränsningen kan identifieras till den frekvens där böj/skjuvvåglängden är kortare än rörets omkrets. Detta innebär inga egentliga begränsningar för praktiska applikationer.

Valet av problemformulering och implementering medger att olika analysstrategier kan utföras med samma modellidealisering. Detta innebär att såväl kopplade som olika former av okopplade analyser kan utföras. I avsnittet 4.1 diskuteras bakgrunden till problemformuleringen på systemnivå. Med utgångspunkt från systemformuleringen kan olika lösningsstrategier på överskådligt sätt beskrivas.

4.1 Kopplade ekvationer på systemnivå

Här har utgått ifrån att en akustisk idealisering väl representerar tryckstörningen i röret. För enfasproblem där den stationära flödes hastigheten är försumbart låg relativt ljudhastigheten och där inga fasomvandlingar kan förväntas bedöms denna ansats vara fullt adekvat i syfte att bestämma strukturbelastningen i röret. Den akustiska tryckformulering är en ren tillämpning av icke stationär potentialströmning i röret. Samma antaganden tillämpas i exempelvis av Skalak i referens /3/. Genom att kombinera den akustiska tryckformuleringen med en linjär förskjutningsansats för rörstrukturen kan ett kopplat system bildas såsom ges av uttrycket (4-1) nedan.

$$\begin{cases} [M]\{\ddot{U}\} + [D]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = -[C]\{P\} \\ [M_f]\{\ddot{P}\} + [K_f]\{P\} = \{\ddot{V}_s\} + [C]^T\{\dot{U}\} \end{cases} \quad (4-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} M & 0 \\ -C^T & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{P} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & C \\ 0 & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \ddot{V}_s \end{Bmatrix}$$

där:

$[M]$ = strukturens massmatrix

$[D]$ = strukturens dämpmatrix

$[K]$ = strukturens styvhetsmatrix

$[M_f]$ = fluidens akustiska massmatrix

$[K_f]$ = fluidens akustiska styvhetsmatrix

$[C]$ = kopplingsmatrix av arean med normalriktning på ytan mellan struktur och fluid

$\{U\}$ = strukturens rörelsevektor, kolumnvektor av alla rörelsefrihetsgrader

$\{P\}$ = fluidvolymens tryckvektor, kolumnvektor av alla akustiska tryckfrihetsgrader

$\{\ddot{V}_s\}$ = kolumnvektor bestående av exciterande volymacceleration, källstyrka

Som framgår av ekvationen (4-1) är de kopplade systemmatrixerna osymmetriska. För många tillämpningar är det en stor fördel om ett symmetriskt ekvationssystem kan bildas. Ett väsentligt skäl till detta är att symmetriska systemmatrixer bildar ett reellt egenvärdesproblem. I syfte att formulera detta egenvärdesproblem transformeras ekvationen (4-1) till frekvensdomänen genom tillämpning av Fouriertransformen enligt (4-2) nedan.

$$L\{ \} = \int_{-\infty}^{\infty} \{ \} \exp(-i\omega t) dt \quad \text{Fouriertransform} \quad (4-2a)$$

$$L^{-1}\{ \} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{ \} \exp(i\omega t) d\omega \quad \text{inverstransform} \quad (4-2b)$$

$$L\left\{ \frac{d^n \{ \}}{dt^n} \right\} = (i\omega)^n \{ \} \quad (4-2c)$$

Det transformerade osymmetriska systemet ges av ekvationen (4-3) nedan.

$$\begin{cases} ([K] - \omega^2 [M]) \{u\} = -[C] \{p\} & (1) \\ ([K_f] - \omega^2 [M_f]) \{p\} = \{\ddot{v}_s\} - \omega^2 [C]^T \{u\} & (2) \end{cases} \quad (4-3)$$

\Leftrightarrow

$$\begin{bmatrix} K & | & C \\ \hline 0 & | & K_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M & | & 0 \\ \hline -C^T & | & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \ddot{v}_s \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$(2)$$

I syfte att bilda symmetriska systemmatriser införs de manipulationer som ges av uttrycket (4-4). Denna formulering av det kopplade problemet presenterades först av Antionadis och Kanarachos bland annat för tillämpningen att beräkna vibrationer och transienter i rörsystem, se referens /5/. Manipulationen enligt (4-5) införs av rent praktiska skäl för härledningen av de konvergensparametrar som diskuteras i avsnitt 5.1.

$$(1') = (1) - CK_f^{-1}(2) \quad \& \quad (2') = M_f K_f^{-1}(2)$$

\Rightarrow

(4-4)

$$\begin{bmatrix} K & | & 0 \\ \hline 0 & | & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M + CK_f^{-1}C^T & | & -CK_f^{-1}M_f \\ \hline -M_f K_f^{-1}C^T & | & M_f K_f^{-1}M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -CK_f^{-1} \\ M_f K_f^{-1} \end{Bmatrix} \{\ddot{v}_s\} \quad (1')$$

$$(2')$$

$$[K_f]^{-1} \{\ddot{v}_s\} = \{P_s\} \varphi(\omega)$$

\Rightarrow

$$\begin{bmatrix} K & | & 0 \\ \hline 0 & | & M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M + CK_f^{-1}C^T & | & -CK_f^{-1}M_f \\ \hline -M_f K_f^{-1}C^T & | & M_f K_f^{-1}M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -C \\ M_f \end{bmatrix} \{P_s\} \varphi(\omega) \quad (1') \quad (4-5)$$

$$(2')$$

Ekvationen enligt (4-5) är lämpad som utgångspunkt för beräkning av reella egenvektorer med tillhörande egenfrekvenser, vilka beskriver kopplade egensvängningar. De reella egenvektorerna vilka beskriver transformationen mellan modala frihetsgrader och de fysikaliska nodfrihetsgraderna ges av matriserna (4-6).

$$\begin{Bmatrix} U(t) \\ P(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_u \\ \phi_p \end{bmatrix} \{Q(t)\} \Rightarrow \begin{Bmatrix} u(\omega) \\ p(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_u \\ \phi_p \end{bmatrix} \{q(\omega)\} \quad (4-6)$$

Egenvektorerna är massnormerade. Genom dessa kan modala parametrar för det kopplade problemet definieras. Dessa ges av (4-7a-c) nedan.

$$\begin{Bmatrix} \phi_u \\ \phi_p \end{Bmatrix}_i^T \begin{bmatrix} M + CK_f^{-1}C^T & | & -CK_f^{-1}M_f \\ \hline -M_f K_f^{-1}C^T & | & M_f K_f^{-1}M_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_u \\ \phi_p \end{Bmatrix}_j = \delta_{ij} \quad (4-7a)$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \phi_u \\ \phi_p \end{array} \right\}_i^T \left[\begin{array}{c|c} K & 0 \\ \hline 0 & M_f \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \phi_u \\ \phi_p \end{array} \right\}_j = \delta_{ij} \omega_i^2 \quad (4-7b)$$

$$\{\Gamma\} = \left[\begin{array}{c} \phi_u \\ \phi_p \end{array} \right]^T \left[\begin{array}{c} -C \\ M_f \end{array} \right] \{P_s\} \quad ; \quad \Gamma_i = \left\{ \begin{array}{c} \phi_u \\ \phi_p \end{array} \right\}_i^T \left[\begin{array}{c} -C \\ M_f \end{array} \right] \{P_s\} \quad (4-7c)$$

I syfte att behålla alla modala frihetsgrader okopplade tillämpas här sk komposit modal dämpning. För en generell typ av dämpning är detta en approximation. Tillämpning av komposit modal dämpning är dock accepterad och föreslagen i ASME-koden. Införandet av komposit modal dämpning på den kopplade systemekvationen medför en tillämpning enligt uttrycket (4-8). Det skall noteras att här har valts att nyttja den kopplade styvhetsmatrisen för normering. Dämpningens rumsliga fördelning blir av detta skäl töjningsrelaterad till skillnad från om massmatrisen valts, vilket skulle innebära att den blivit rörelserelaterad.

$$\zeta_i = \frac{\zeta_s \{\phi_u\}_i^T [K] \{\phi_u\}_i + \zeta_f \{\phi_p\}_i^T [M_f] \{\phi_p\}_i}{\omega_i^2} \quad (4-8)$$

För transienta problem löses dessa företrädesvis i tidsdomänen. Med införda modala frihetsgrader kan responsen för varje enskild mod beräknas med tidsintegration enligt ekvationen (4-9).

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{Q}_i(t) + 2\zeta_i \omega_i \dot{Q}_i(t) + \omega_i^2 Q_i(t) = \Gamma_i \Phi(t) \\ \Phi(t) = L^{-1} \{\varphi(\omega)\} \end{array} \right. \quad (4-9)$$

4.1.1 Hantering av inkompressibel fluid

För fall där fluiden kan antas vara inkompressibel kan en förenkling införas i den kopplade ekvationen (4-3). En inkompressibel fluid kan beskrivas genom att utgå från den kvasistatiska lösningen av den akustiska ekvationen, här rad (2). Detta innebär den akustiska massmatrisen försummas. Detta ger en systemekvation enligt (4-3a).

$$\left\{ \begin{array}{l} ([K] - \omega^2 [M]) \{u\} = -[C] \{p\} \quad (1) \\ [K_f] \{p\} = \{\ddot{v}_s\} - \omega^2 [C]^T \{u\} \quad (2) \end{array} \right. \quad (4-3a)$$

De akustiska frihetsgraderna kan lätt elimineras ur ekvationen (4-3a) och transformeras till en tillstrukturen adderad massmatris. Den kopplade systemekvationen får då den form som ges av uttrycket (4-10). På det sätt som den akustiska modellen formulerats här för ett rörsegment tillämpas denna metod för närfältsdelen av det akustiska tryckfältet. Detta diskuteras i detalj i avsnittet B2.1 gällande den axisymmetriska delen av tryckfältet och i B2.2 gällande den asymmetriska delen kopplad till rörets balkfrihetsgrader tvärs röret.

$$[K]\{u\} - \omega^2 [M + CK_f^{-1}C^T]\{u\} = -[C]\{P_s\}\varphi(\omega) \quad (4-10)$$

4.2 Strukturmodell

I bilaga 1 redovisas den strukturmodell som tillämpats i detta arbete. Strukturmodellen på elementnivå beskriver ett rakt rörsegment där axiella och radiella egenskaper i grunden baseras på Mindlins skalteori. Beroende på tillämpat frekvensområde kan detta delproblem förenklas till ett membranproblem där rörväggens lokala skalböjning kan försummas. I bilaga 1, avsnitt B1.1, redovisas skalmodellen och i B1.2 ges den förenklade membranmodellen.

Rörets egenskaper i tvärriktning och torsion beskrivs med Timoshenko balkteori. Valet av balkteori innebär att mer generella tillämpningar med exempelvis krökar och förgreningar kan analyseras. Tillämpningen av en rörmodell baserad på Timoshenko balkteori begränsas till ett frekvensområde över vilket balkteorin ej är tillräcklig till att beskriva rörskalets beteende. Detaljer angående detta och balkmodellens tillämpbarhet diskuteras i detalj i avsnittet B1.3. Det skall här påpekas att det vanligen förekommer att en enklare form av balkteori än den som tillämpats här används vid analyser av rörsystem, även för nukleära tillämpningar. I denna enklare form försummas inverkan från skjuvdeformation i balkens tvärriktning, sk Bernoulli-Euler teori. Den övre gränshfrekvensen för denna balkteoris tillämpbarhet är avsevärt lägre än den som ges av Timoshenko-teori.

Rörkrökar beskrivs genom att nyttja samma idealisering som för raka rör med det undantaget att rörtvärsnittets böjstyvhet modifieras med en sk flexibilitetsfaktor. Flexibilitetsfaktorn baseras på samma teoretiska bakgrund som den som tillämpas i exempelvis ASME-koden. Här har dock valts att ej införa den förenkling som ges av ASME-koden. Den serielösning som ges av Rodabaugh & George, se referens /6/, är här fullt ut implementerad. En krök bildas alltså genom att nyttja ett antal raka rörsegment med modifierad böjstyvhet. Detta diskuteras i detalj i avsnitt B1.4.

Det sätt som kopplingsmatrisen definierats medför att interaktionen mellan fluidens tryckfält och strukturens rörelser, på grund av rörkrökningen, automatiskt införs genom den riktningsändring som uppstår mellan varje rakt rörsegment i en rörkrök. På motsvarande sätt hanteras inverkan från den interaktion som uppstår på grund av en förgrening. Den kopplingsmatris som hanterar dessa fenomen betecknas $[C_p]$ och redovisas i avsnitten B1.1 och B1.2.

Vad gäller interaktionen mellan struktur och fluid i övrigt sker denna endast genom radiella radiändringar i röret och det tryck som belastar röret i radiell riktning. Den kopplingsmatris som hanterar detta betecknas $[C_r]$. Detta diskuteras i avsnitten B1.1 och B1.2.

Implementeringen är gjord sådan att valet av idealisering, skal- eller membranmodell, enkelt kan styras via en indataparameter. Vid de allra flesta praktiska problem kan en membranmodell tillämpas då den begränsning som ges av balkbeskrivningen, i tvärriktningen, innebär att membranmodellen radiellt/axiellt ej är den begränsande egenskapen. I sådana fall kan även en ytterliggare reduktion av modellen tillämpas utan att någon egentlig approximation införs. De frihetsgrader i membranmodellen som beskriver rörväggens radiella rörelser kan reduceras bort med sk statisk kondensation redan på elementnivå. Med denna införda reduktion består strukturmodellen endast av 6 st frihetsgrader i varje nod, dvs lika många som i en traditionell balkmodell. Skillnaden mot en traditionell balkmodell ligger i att den axiella styvheten är här härledd från skal/membranteori och att kopplingen till innesluten fluid är fullt omhändertagen. Det skall note-

ras här att den reduktion av de radiella frihetsgraderna som diskuteras ovan ej innebär att någon principiell approximation införs. Kopplingen mellan rörets radiella rörelser och den akustiska modellens väggtryck transformeras genom reduktionen till en koppling till rörets axiella töjning. Bakgrunden till denna koppling är rörmaterialets tvärkontraktion. Denna problematik diskuteras i detalj i avsnittet B3.1.

Förutom den massbelastning som utgörs av rörmaterialet och isolering, massbelastas röret av den andel av det akustiska tryckfältet som kan beskrivas som ett inkompressibelt närfält. Denna adderade massbelastning har här härlets utgående från den akustiska formuleringen. För balkmodellens rörelsefrihetsgrader tvärs röret blir den adderade fluidmassan lika med den totala fluidmassan. Skälet till detta är att balkmodellens övre tillämpbara gränshfrekvens ej överstiger frekvensen för den första akustiska tvärmoden, detta för stålrör med vatten. Vad gäller den adderade massbelastningen för radiella rörelser beror denna på valet av antalet frihetsgrader i den ansats som väljs i syfte att beskriva det axisymmetriska tryckfältet. För praktiska problem där även balkmodellen ingår, och därigenom begränsar det tillämpbara frekvensområdet, utgörs den inkompressibla delen av det axisymmetriska tryckfältet av allt utom den del som beskriver en plan våg. I detta fall blir den adderade fluidmassan i axisymmetrisk radiell riktning halva fluidmassan. Den adderade massbelastningen diskuteras i detalj i samband med härledningen av den akustiska modellen i bilaga 2.

4.3 Akustisk fluidmodell

Valet av ansats för formuleringen av det akustiska tryckfältet är en konsekvens av den valda idealiseringen av rörets strukturegenskaper. Traditionellt används en balkformulering i syfte att beskriva och analysera mekaniska belastningar i rörsystem. Även acceptanskriterier i tillämpbara standarder, exempelvis ASME-koden, bygger på att nyttjandet av snittstorheter vilka härleds ur en balkmodell. Det transienta akustiska tryckfältet som uppstår vid någon form av störning, exempelvis en ventilstängning, kan indelas i en del som kan karakteriseras som ett närfält och en del som kan karakteriseras som vågutbredning. Det sk närfältet kan helt beskrivas utgående från en fluids inkompressibla egenskaper och därmed dess masströghet. En konsekvens av tillämpningen av balkteori är att endast ett begränsat frekvensområde kan analyseras. Denna begränsning är ej något egentligt problem vid praktiska tillämpningar. Inom det tillämpbara frekvensområdet kan vågutbredningen till fullo beskrivas med en plan våg. Den övriga delen av det fullständiga akustiska tryckfältet kan alltså hänföras till närfältet och därmed en adderad massbelastning på rörstrukturen.

I bilaga 2 härleds en akustisk FEM-modell för ett rent axisymmetriskt tillstånd. Formuleringen är uppbyggd så att det axisymmetriska tillståndet är fullständigt beskrivet, inkluderande både vågutbredning och närfält. Formuleringen är ej begränsad till plan våg för vågutbredningsdelen. Genom valet av antalet akustiska frihetsgrader i varje nod kan en godtycklig övre gränshfrekvens väljas. Vågutbredningsdelen beskrivs via de akustiska frihetsgraderna medan närfältsdelen transformeras till en massmatris vilken adderas till strukturens massmatris. För praktiska problem innebär detta att endast en akustisk frihetsgrad behöver nyttjas i varje nod, beskrivande den plana vågen. Detta beskrivs i detalj i avsnitt B2.1.

På motsvarande sätt som för den axisymmetriska delen av tryckfältet kan ett generellt tryckfält i röret formuleras genom en Fourieransats runt rörets centrumaxel. Den del av tryckfältet som interagerar med strukturmodellens balkfrihetsgrader i tvärriktningen kan beskrivas med en ansats med en hel period per varv runt centrumaxeln. Ett tryckfält med den ansatsen kan visas vara

ett närfält i hela det tillämpbara frekvensområdet, detta för applikationer med stålrör och vatten som medium. Alltså kan den asymmetriska delen av tryckfältet till fullo hanteras som en extra massbelastning vilken adderas till balkmodellen. Detta diskuteras i detalj i avsnitt B2.2.

4.4 Lösning av det kopplade problemet

Med utgångspunkt från den kopplade systemekvationen som diskuterats ovan är det naturliga sättet att beräkna både den transienta tryckstörningen och strukturens responsen som ett system. Detta kan göras genom modal transformation, såsom ges av ekvationerna (4-6) – (4-9), eller genom att tillämpa direkt integration på ursprungliga nodfrihetsgrader.

För de tillämpningar där störningen av trycket och flödet i vätskan/gasen är inom tillämpbara gränser för en linjär ansats är en kopplad analys enligt den här beskrivna formuleringen den mest effektiva. En fördel med denna formulering är att en robust konvergensparameter kan härledas. Med en sådan konvergensparameter kan man på ett effektivt sätt bestämma det längsta tillämpbara tidssteget och, om modal transformation tillämpas, den nödvändiga modala bas som krävs för ett givet krav på noggrannhet i analysen. I avsnittet 5.1 härleds en sådan konvergensparameter med utgångspunkt från den kopplade systemekvationen.

I bilaga 3 diskuteras lämplig modellidealiserings och den modellreduktion som kan vara befogad vid praktiska röranalyser.

4.5 Lösning av det okopplade problemet

Traditionellt har spänningsberäkningar i rörsystem utsatta för termohydrauliska belastningar beräknats okopplat i två steg. Här nedan beskrivs och kommenteras denna 2-stegsmetod. Vidare diskuteras hur en okopplad analys kan utföras med den elasto-akustiska ansatsen som grund. Den traditionella 2-stegsmetoden innebär att vissa effekter försummas vad gäller rörstrukturens belastning. Dessa försummanden kan elimineras genom att tillämpa den konsistenta strukturbelastning som diskuteras i avsnitt 4.5.2.

4.5.1 Okopplad analys enligt traditionell 2-steps metod

Tillvägagångssättet vid den traditionella 2-steps metoden finns väl beskriven av Moody i referens /7/. Tillämpningen av denna metod innebär att det transienta förloppet i den inneslutna fluiden beräknas i ett första steg. I detta steg ingår ej någon strukturmodell. Det omgivande röret betraktas alltså såsom en stel omgivning. Den inneslutna fluiden i röret indelas i sk kontrollvolymer. Alla riktningssändringar av röret och alla förgreningar utgör nödvändiga avgränsningar av kontrollvolymerna. Obalanskraften för varje kontrollvolym beräknas i varje tidssteg genom att integrera massflöde och tryck runt volymen. På så sätt erhålls den reaktionskraft som verkar på aktuell kontrollvolym vid varje tidpunkt.

De reaktionskrafter som beräknats i steg 1 införs sedan som mekaniska belastningar på en strukturmodell av röret.

En fördel med denna metod jämfört den som baserats på den elasto-akustiska ansatsen i detta arbete är möjligheten att nyttja en mer sofistikerad programvara för det termohydrauliska förloppet. Vid effekter såsom fasomvandlingar och stora förändringar av flöde och tillståndsparametrar är den elasto-akustiska ansatsen ej tillämpbar.

Den traditionella metoden innebär dock att ett antal effekter försummas. Interaktionen mellan rörstruktur och fluid försummas helt med ett speciellt undantag. En andel av interaktionen utgörs av rörväggens statiska flexibilitets inverkan på fluidens vågutbredningshastighet. Ofta tas hänsyn till detta genom att tillämpa en reducerad ljudhastighet enligt Joukowsky enligt uttrycket (4-11). All övrig interaktion försummas dock.

$$c_{Joukowsky} = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{2r_m \rho_f c^2}{Et}}} \quad (4-11)$$

där:

- c vågutbredningshastighet i innesluten fluid
- ρ_f massdensitet i innesluten fluid
- r_m rörväggens medelradie
- t rörväggens tjocklek
- E Youngs modulus i rörmaterialet

Förutom att interaktionen försummas innebär en tillämpning av denna 2-stegsmetod två försummanden vad gäller den belastning som verkar på röret.

- (i) *Den axiella töjningen i röret mellan kontrollvolymens ändar försummas.* Den reaktionskraft som beräknats för varje kontrollvolym i steg 1 är ett resultat av att belastningen som verkar på röret varierar längs kontrollvolymen. Låt säga att en reaktionskraft beräknats för ett rakt rör mellan två krökar. Denna kraft införs som en punktkraft längs med röret någonstans mellan kontrollvolymens ändar. Skälet till att reaktionskraften existerar är att en obalans råder mellan rörsegmentets båda ändar. Reaktionskraften beskriver endast skillnaden mellan integrerat tryck och massflöde för bågge ändar, således försummas den töjning som uppstår längs med röret på grund av denna obalans. Globalt införs alltså en i princip korrekt kraft men med en felaktig lokal fördelning axiellt i röret.
- (ii) *Inverkan från rörmaterialets tvärkontraktion försummas.* Trycktransienten i röret belastar rörväggen i omkretsled via radieförändringen. Via tvärkontraktionen belastas röret även i axiell riktning på grund av radieförändringen. Denna effekt försummas helt.

Som framgår i punkterna (i) och (ii) ovan kan en svaghet identifieras vilken är direkt kopplad till att nyttja sk kontrollvolymkrafter. Denna svaghet kan i princip enkelt elimineras genom att införa belastningen ej som kontrollvolymkraft utan genom att införa en konsistent belastning i alla punkter längs röret. Hur detta kan utföras diskuteras i avsnitten nedan.

Den konvergensparameter som härleds i avsnittet 5.2 kan lämpligen tillämpas vid bestämmande av nödvändigt tidssteg och modal bas.

4.5.2 Okopplad analys med konsistent strukturbelastning

I ett tillvägagångssätt som principiellt är detsamma som den 2-stegs lösning som diskuteras ovan men som är strikt konsistent med de systemekvationer som härletts här redovisas här nedan. Med denna metod försummas ej inverkan från rörets koppling mellan töjningen i omkretsled och axiell riktning. Vidare införs tryckbelastningen på ett konsistent sätt i alla punkter. Detta innebär

att tryckbelastningen i varje punkt påverkar rörets töjning i både omkretsled och i axiell riktning, detta även på raka rördelar.

I ett första steg beräknas trycktransienten. Vi betecknar trycktransienten med vektorn $\{P_1\}$ där index 1 får beteckna steg 1. Denna beräkning kan naturligtvis utföras med en mer fullständig ansats vad gäller tryckförloppet än den linjära potentialformulering som varit utgångspunkten för den formulering som valts här, exempelvis med RELAP5.

Vid en linjär akustisk ansats utförs beräkningen i steg 1 genom att bara beakta den akustiska delen av systemekvationen (4-1). Här är det viktigt att notera att det lämpliga är att tillämpa den modellreduktion som diskuteras i bilaga 3, avsnitt B3.1. Med denna modellreduktion införd tas automatiskt hänsyn till den typ av koppling som medför en reduktion av fluidens ljudhastighet. Med reduktionen införd såsom ges av (B3-4) löses trycktransienten enligt (4-12).

$$[M_f^*]\{\ddot{P}_1\} + [K_f^*]\{P_1\} = \{\ddot{V}_s\} \quad (4-12)$$

Såsom diskuteras i bilaga 3 kan den modifierade ljudhastigheten c_{fe} identifieras direkt ur de reducerade elementmatriserna. Denna ges av uttrycket (4-13) nedan. Skillnaden mellan denna modifierade ljudhastighet och den som ges enligt Joukowsky diskuteras i detalj i bilaga 3. Då denna bygger på en mer fullständig problemformulering än den enligt Joukowsky kan den lämpligen även tillämpas om trycktransienten beräknas med andra ansatser än den akustiska som tillämpats här.

$$c_{fe} = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{2r_m \rho_f c^2 (1 - \nu^2)}{Et} + \frac{c^2 r_m^3 \rho_f (1 - \nu)^2 (1 + \nu)^2 (4t \rho + r_m \rho_f)}{2E^2 t^2}}} \quad (4-13)$$

Den beräknade trycktransienten $\{P_1\}$ från första steget kan nu direkt införas i strukturekvationen i systemekvationen (4-1) och en strukturens respons $\{U_2\}$ erhålls från steg 2 såsom anges i (4-14).

$$[M^*]\{\ddot{U}_2\} + [D^*]\{\dot{U}_2\} + [K^*]\{U_2\} = -[C^*]\{P_1\} \quad (4-14)$$

Det skall här noteras att denna metod på samma sätt som den traditionella 2-steps metoden försummar en för både tryck- och strukturens responsen väsentlig del av interaktionen, kopplingen mellan rörets balkfrihetsgrader och fluidens tryck. Med detta tillvägagångssätt kan dock på ett mer strikt sätt inverkan från denna koppling kvantifieras. Sådana studier är i princip omöjliga med den traditionella 2-stepsmetoden som utgångspunkt. Detta då den traditionella metoden ej kan ses som en dellösning av ett mer fullständigt formulerat problem.

Den konvergensparameter som härleddes i avsnittet 5.2 kan lämpligen tillämpas vid bestämmande av nödvändigt tidssteg och modal bas.

5. KONVERGENSPARAMETRAR

Ett generellt problem vid analys av dynamiska transienter är möjligheten att identifiera huruvida den fullständiga lösningen har beräknats. De två parametrar som är av central betydelse vid numerisk beräkning av transienta förlopp är valet av tidssteg Δt och elementstorlek. Detta under förutsättningen att typen av idealisering för övrigt är korrekt för den aktuella applikationen, dvs val av strukturelement, modellens geometriska begränsningar och valda randvillkor. Om modal superposition tillämpas tillkommer även problemet förknippat med huruvida valet av antalet modala frihetsgrader är tillräckligt för det aktuella förloppet.

I avsaknad av någon pålitlig konvergensparameter finns i princip tillgång bara till två metoder som kan styrka att beräknade snittkrafter och spänningar är inom tillräckliga felmarginaler, dvs att relevant Δt valts i förhållande till den exciterande belastningen.

Ett principiellt säkert sätt är att utgå från alla exciterande krafters tidssignaler och beräkna en övre gränshänsfrekvens baserad på dessa. Vi kallar denna frekvens f_{ZPA} där *ZPA* står *Zero Period of Acceleration*. En strukturmodell vars geometriska idealisering med tillhörande elementindelning väl representerar töjningstillståndet för egensvängningsmoder upp till denna frekvens ger en möjlighet till att beräknade responser är fullständiga. Detta om ett tidssteg nyttjas som står i rimlig relation till $1/f_{ZPA}$. För de flesta tidsintegrationsmetoder skall ett tidssteg väljas som är kortare än $1/10 f_{ZPA}$. Vid tillämpning av modal superposition skall också valet av antalet moder vara så att moden med högsta egenfrekvens skall vara lägst lika med f_{ZPA} . Ett problem förknippat med denna metod i samband termohydrauliska transienter i rör är att det oftast leder till modeller med krav på mycket kort tidssteg och stora modeller med liten elementstorlek. Detta då gränshänsfrekvensen f_{ZPA} oftast är mycket hög, ej sällan över 1.0 kHz.

Alternativt kan två beräkningar utföras där tidssteget ändras till det dubbla mellan beräkningarna och där elementindelningen valts så att modellen är relevant för det kortaste tidssteget. Om skillnaden i spänningstillståndet är inom acceptabla gränser mellan de olika analyserna kan detta nyttjas som argument för att resultaten är pålitliga. Problemet förknippat med denna metod ligger i vilket tidssteg man skall utgå från. Vidare kan metoden karaktäriseras som lite av typen "trial and error" och dessutom vara tidsödande då metoden i princip innebär att en konvergensstudie skall utföras på varje responsparameter. Det bör också påpekas att vid tillämpning av modal superposition skall moden med högsta egenfrekvens väljas så att responsen för det kortaste tidssteget representerar valet av tidssteg och inte påverkas av ett för litet antal modala frihetsgrader.

5.1 Konvergens av töjningsenergi vid kopplad analys

En flitigt använd konvergensparameter vid beräkning av seismiskt belastade strukturer är *effective modal mass*, se referens /8/. Denna parameter är ett mått på hur stor del av den totala mängden rörelseenergi, alternativt töjningsenergi, som en given modal frihetsgrad bidrar med vid en sk basexcitering av en struktur. Parametern tillämpas i syfte att bedöma lämpligt val av antalet modala frihetsgrader vid nyttjande av sk modal superposition. Parametern *effective modal mass* bygger på att excitationen är av impulstyp och att belastningen utgörs av en känd rörelse i basen. Vid en excitering som utgörs av en känd kraft eller flera krafter är parametern aldrig tillämpbar. Vid andra typer av förlopp än transienter har parametern begränsat värde även för fallet basexcitering.

Betraktar man termohydrauliskt belastade rör som ett kopplat elasto-akustiskt problem är excitationen av det kopplade systemet ett tidsförlopp som beskrivs enbart via den akustiska källstyrkan som representerar den lokala volymaccelerationen vid den införda störningen i systemet. För flertalet termohydrauliska belastningar kan källstyrkan karaktäriseras som vara av impulstyp. Detta gäller exempelvis ventilstängning/öppning, pumpstart/pumpstopp, rörbrott och i viss mån även effekten av ångkollaps i ett för övrigt vätskefyllt system.

Av detta skäl kan det vara motiverat att härleda en parameter av samma typ som parametern *effective modal mass* men baserad på ett kopplat elasto-akustiskt system med enbart akustisk excitering.

Vi utgår från det symmetriska ekvationssystemet för en elasto-akustisk modell som ges av uttrycket (4-5) och den definition av *modal participation factor* Γ som ges av uttrycket (4-7c). Modellen består av totalt N st frihetsgrader. Vi bildar parametern M_Γ vilken är ekvivalent med vad som i fallet basexcitering skulle vara summan av alla moders bidrag till *effective modal mass*. Härledningen av denna parameter ges av uttrycket (5-1).

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \Gamma_i^2 &= \{\Gamma\}^T \{\Gamma\} = \\ &= \left(\begin{bmatrix} \frac{\phi_u}{\phi_p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -C \\ M_f \end{bmatrix} \{P_s\} \right)^T \begin{bmatrix} \frac{\phi_u}{\phi_p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -C \\ M_f \end{bmatrix} \{P_s\} = \{P_s\}^T \begin{bmatrix} -C \\ M_f \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\phi_u}{\phi_p} \\ \frac{\phi_u}{\phi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\phi_u}{\phi_p} \\ \frac{\phi_u}{\phi_p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -C \\ M_f \end{bmatrix} \{P_s\} = \\ &= \{P_s\}^T \begin{bmatrix} -C \\ M_f \end{bmatrix}^T \left[\begin{array}{c|c} M + CK_f^{-1}C^T & -CK_f^{-1}M_f \\ \hline -M_fK_f^{-1}C^T & M_fK_f^{-1}M_f \end{array} \right]^{-1} \begin{bmatrix} -C \\ M_f \end{bmatrix} \{P_s\} = M_\Gamma \end{aligned} \quad (5-1)$$

Vi bildar ett uttryck för den maximala modala töjningsenergin E_i associerad till en enskild mod. Av uttrycket (5-2) framgår att E_i består av en andel associerad till strukturen γ_i^u och en andel kopplad till fluiden γ_i^p . Parametern S_{V_i} är en given mods maximala pseudohastighetsrespons, dvs aktuell mods värde i ett responspektrum för excitationssignalen $\Phi(t)$. Denna parameter beräknas enligt ekvationen (5-3).

$$\begin{aligned} E_i &= \frac{\omega_i^2 (Q_i^{\max})^2}{2} = \frac{\Gamma_i^2 S_{V_i}^2}{2} = \frac{\Gamma_i^2 S_{V_i}^2}{2\omega_i^2} \left(\{\phi_u\}_i^T [K] \{\phi_u\}_i + \{\phi_p\}_i^T [M_f] \{\phi_p\}_i \right) = \\ &= \frac{\Gamma_i^2 S_{V_i}^2 (\omega_i^2 \gamma_i^u + \omega_i^2 \gamma_i^p)}{2\omega_i^2} = \frac{\Gamma_i^2 S_{V_i}^2 (\gamma_i^u + \gamma_i^p)}{2} \end{aligned} \quad (5-2)$$

där:

$$S_{v_i} = \omega_i \left| Q_i(t) \right|_{\max} = \left| \int_0^t \frac{\Phi(\tau) \exp(-\zeta_i \omega_i (t-\tau))}{\sqrt{1-\zeta_i^2}} \sin\left(\sqrt{1-\zeta_i^2} \omega_i (t-\tau)\right) d\tau \right|_{\max} \quad (5-3)$$

Ett specialfall uppträder när excitationssignalen $\Phi(t)$ beskriver en impuls. Detta medför att alla moders maximala pseudohastighetsrespons är densamma oberoende av egenfrekvens. Jämför uttrycken (5-1) och (5-2) kan man konstatera att varje mods bidrag till parametern M_Γ är ekvivalent med den maximala modala töjningsenergin sånär som på faktorn 2, detta om excitationen är av impulstyp. Genom att beräkna värdet på M_Γ och värdet på Γ_i^2 för nyttjade moder kan alltså ett mått på andelen av total töjningsenergi estimeras.

Ett problem som är kopplat till det elasto-akustiska systemet är att vi ej med hjälp av enbart uttrycken (5-1) och (5-2) kan bestämma konvergensen specifikt i strukturen eller fluiden. Beroende på materialparametrar och den aktuella geometrin kan konvergensen i de två systemen vara starkt olika. I avsnitten 5.1.1 och 5.1.2 nedan härleds parametrar associerade till de två delsystemen. Det primära intresset är att ta fram en parameter som är lämplig för konvergenstroll av spänningar i rörsystemet.

I avsnittet 5.1.1 diskuteras fallet när excitationen är en strikt impuls. I vissa fall finns behov att nyttja en mer förfinad, och mindre konservativ, parameter där hänsyn tas till att exciteringen har en viss varaktighet och därmed övre gränsfrekvens. Detta diskuteras i avsnittet 5.1.2.

5.1.1 Strikt impulsexcitering

Vi utgår från fallet då excitationen kan beskrivas med en oändligt kort puls. Ett exempel på ett termohydrauliskt belastningsfall som motsvarar ett sådant förlopp är en ögonblicklig ventilstängning. Pseudohastighetsresponsen för en impulsexcitering är densamma oberoende av modal egenfrekvens såsom anges i (5-4).

$$\Phi(t) = A_0 \delta(t) \Rightarrow S_{v_i} = S_{v_j} = A_0 \quad (5-4)$$

För ett sådant belastningsförlopp kan en konvergensparameter härledas med enbart systemparametrar. Vi bildar en restterm $M_{\Gamma k}$ vilken motsvarar den modala töjningsenergin för alla de moder vilka ej nyttjas för responsberäkningen.

$$\left\{ \begin{array}{l} M_\Gamma = \sum_{i=1}^N \Gamma_i^2 (\gamma_i^u + \gamma_i^p) \\ M_{\Gamma k} = \sum_{i=k+1}^N \Gamma_i^2 = M_\Gamma - \sum_{i=1}^k \Gamma_i^2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=k+1}^N \Gamma_i^2 \gamma_i^u \leq M_{\Gamma k} \\ \sum_{i=k+1}^N \Gamma_i^2 \gamma_i^p \leq M_{\Gamma k} \end{array} \right. \quad (5-5)$$

Med utgångspunkt från resttermen $M_{\Gamma k}$ kan två konvergensparametrar beräknas, $\varepsilon_M^u(k)$ och $\varepsilon_M^p(k)$ vilka är ett konservativt mått det relativa felet av den totala töjningsresponsen för strukturen och fluiden. Att måtten är konservativa beror på att resttermen $M_{\Gamma k}$ är associerad till både struktur och fluid. Konvergensparametrarna ges av uttrycket (5-6).

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_M^u(k) \leq \frac{M_{\Gamma k}}{\sum_{i=1}^k \Gamma_i^2 \gamma_i^u + M_{\Gamma k}} \\ \varepsilon_M^p(k) \leq \frac{M_{\Gamma k}}{\sum_{i=1}^k \Gamma_i^2 \gamma_i^p + M_{\Gamma k}} \end{array} \right. \quad (5-6)$$

Ett bättre närmevärde av konvergensen kan ges om restermen $M_{\Gamma k}$ kan delas upp i två delar, en del $M_{\psi k}^u$ som anger andelen att hänföra till strukturen och en som anger andelen energi kopplad till fluiden, $M_{\psi k}^p$. Genom att införa ansatsen att resterande moder kan approximeras till en enstaka mod, $\{\psi\}$, med samma fördelning som den kvasistatiska responsen enligt ekvationen enligt (5-7b) nedan, kan ett närmevärde till fördelningen mellan domänerna beräknas. Detta enligt ekvationen (5-7a).

$$M_{\Gamma k} = M_{\psi k}^u + M_{\psi k}^p \quad (5-7a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{\psi k}^u = \sum_{i=k+1}^N \frac{\Gamma_i^2}{\omega_i^2} \{\phi_u\}_i^T [K] \{\phi_u\}_i \approx M_{\Gamma k} \frac{\{\psi_u\}^T [K] \{\psi_u\}}{\{\psi_u\}^T [K] \{\psi_u\} + \{\psi_p\}^T [M_f] \{\psi_p\}} = \hat{M}_{\psi k}^u \\ M_{\psi k}^p = \sum_{i=k+1}^N \frac{\Gamma_i^2}{\omega_i^2} \{\phi_p\}_i^T [M_f] \{\phi_p\}_i \approx M_{\Gamma k} \frac{\{\psi_p\}^T [M_f] \{\psi_p\}}{\{\psi_u\}^T [K] \{\psi_u\} + \{\psi_p\}^T [M_f] \{\psi_p\}} = \hat{M}_{\psi k}^p \end{array} \right.$$

Den kvasistatiska moden $\{\psi\}$ kan beräknas genom att nyttjas den sk ”static correction procedure” vilket innebär att den statiska lösningen för ekvationen (4-1) beräknas med avdrag för inverkan från alla nyttjade moder. Detta enligt ekvation (5-7b).

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_u \\ \psi_p \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{c|c} K & 0 \\ \hline 0 & M_f \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c} -C \\ M_f \end{array} \right] \{P_s\} - \sum_{i=1}^k \frac{\Gamma_i}{\omega_i^2} \left\{ \begin{array}{l} \phi_u \\ \phi_p \end{array} \right\}_i \quad (5-7b)$$

Ersätts restermen $M_{\Gamma k}$ med närmevärdena för fördelningen av töjningsenergi enligt uttrycket (5-7a) i uttrycket (5-6) kan två konvergensparametrar bildas vilka beskriver det estimerade felet av total töjningsenergi i de två domänerna struktur och fluid. Detta enligt uttrycket (5-8) nedan.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_M^u(k) \approx \frac{\hat{M}_{\psi k}^u}{\sum_{i=1}^k \Gamma_i^2 \gamma_i^u + \hat{M}_{\psi k}^u} \\ \varepsilon_M^p(k) \approx \frac{\hat{M}_{\psi k}^p}{\sum_{i=1}^k \Gamma_i^2 \gamma_i^p + \hat{M}_{\psi k}^p} \end{array} \right. \quad (5-8)$$

5.1.2 Impulsexcitering med viss varaktighet

Svagheten med den konvergensparameter som härletts i 5.1.1 ovan är att bidraget från högfrekventa moder överestimeras, detta då alla verkliga belastningar har en viss varaktighet. Varaktigheten i belastningen får effekten att pseudohastighetsresponsen minskar med ökande egenfrekvens. Utgår man från uttrycket (5-2) kan man konstatera att detta kan få en stark inverkan på konvergensen, detta då den modala töjningsenergin är proportionell mot kvadraten på den modala pseudohastighetsresponsen. Det kan därför vara motiverat att fullt ut basera konvergensparametern på uttrycket (5-2).

Vad som saknas för att tillämpa en sådan ansats är ett estimerat värde på pseudohastigheten associerat till resttermerna $M_{\psi k}^u$ och $M_{\psi k}^p$. Detta kan göras genom att bilda den sk Rayleigh-kvoten för den kvasistatiska modvektorn $\{\psi\}$ tillämpat på den symmetriska systemekvationen (4-4). Detta utförs enligt uttrycket (5-9).

$$\omega_{\psi}^2 = k_{\psi} / m_{\psi} \quad ; \quad \left\{ \begin{array}{l} k_{\psi} = \left\{ \frac{\psi_u}{\psi_p} \right\}^T \left[\begin{array}{c|c} K & 0 \\ \hline 0 & M_f \end{array} \right] \left\{ \frac{\psi_u}{\psi_p} \right\} \\ m_{\psi} = \left\{ \frac{\psi_u}{\psi_p} \right\}^T \left[\begin{array}{c|c} M + CK_f^{-1}C^T & -CK_f^{-1}M_f \\ \hline -M_f K_f^{-1}C^T & M_f K_f^{-1}M_f \end{array} \right] \left\{ \frac{\psi_u}{\psi_p} \right\} \end{array} \right. \quad (5-9)$$

Nyttjas nu den modala töjningsenergin som mått för konvergensen kan ett uttryck motsvarande (5-8) för fallet ideal impuls skapas fast där töjningsenergin beräknas utifrån den aktuella excitationssignalen.

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{S_v}^s(k) \approx \frac{\hat{M}_{\psi k}^u S_{V_{\psi}}^2}{\sum_{i=1}^k \Gamma_i^2 \gamma_i^u S_{V_i}^2 + \hat{M}_{\psi k}^u S_{V_{\psi}}^2} \\ \varepsilon_{S_v}^p(k) \approx \frac{\hat{M}_{\psi k}^p S_{V_{\psi}}^2}{\sum_{i=1}^k \Gamma_i^2 \gamma_i^p S_{V_i}^2 + \hat{M}_{\psi k}^p S_{V_{\psi}}^2} \end{array} \right. \quad (5-10)$$

5.2 Konvergens av tøjningsenergi vid okopplad analys

Vid hantering av termohydraulisk belastning på traditionellt sätt beräknas tryckresponser i ett steg okopplat från strukturen. Strukturresponserna beräknas därefter genom att mekaniska krafter härleds från trycktransienten i det första steget. Vi utgår därför från en okopplad strukturmodell där den härledda mekaniska belastningen beskrivs med en tidsberoende kolumnvektor.

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [D]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{F(t)\} \quad (5-11)$$

I den kopplade analysen som hanterats i avsnittet 5.1 består belastningen av en enstaka källa av impulslignande karaktär. Karaktären på belastningen i det okopplade fallet är starkt avvikande från en enstaka impuls. I detta fall är strukturexcitationen ett antal transienter, var och en härledda från den termohydrauliska trycktransientresponserna utan påverkan från strukturen. I de flesta fall är belastningen endast bestående av sk kontrollvolymkrafter, dvs krafter som beskriver obalansen av tryck och massflöde över en rak rörsträcka. I en mer fullständig strukturmodell kan även själva trycktransienten ingå, detta då trycket även påverkar belastningen längs med röret via tvärkontraktion. Alla dessa belastningssignaler har karaktären av ett oscillerande förlopp. Den oscillerande karaktären har sin huvudsakliga grund i den stående våg som uppstår i fluiden.

Vid härledningen av en konvergensparameter för detta fall finns ett problem förknippat med belastningen, detta då den utgörs av ett flertal kraftsignaler som var och en angriper i olika frihetsgrader. Dessa kraftsignaler är sinsemellan starkt tidsberoende. Detta beroende på att alla krafter härstammar från endast en källa. Dessa omständigheter medför att det angreppssätt som tillämpas i det kopplade fallet, baserat på endast en excitationssignal, ej direkt kan överföras till detta fall. Belastningens oscillerande karaktär medför dessutom att ett angreppssätt måste tillämpas där hänsyn tas till excitationförloppets tidsberoende.

Det första steget blir att transformera den tidsberoende kraftvektorn $\{F(t)\}$ till ett antal rumsligt oberoende krafter vars tillhörande tidssignaler uppvisar en form av nödvändigt tidsberoende. Transformationen given av uttrycket (5-12a) baseras på sk singularvärdesfaktorisering, allmänt kallad *svd*. Se referens /9/. Det rumsliga oberoendet framgår av (5-12b) och tidsberoendet av uttrycket (5-12c). Dessa egenskaper är betydelsefulla vid härledningen av den modala tøjningsenergin som utgör grunden för en konvergensparameter.

$$\{F(t)\} = [V] \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & S_k & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \{\Phi(t)\} = [F_{svd}] \{\Phi(t)\} \quad \text{transformerad kraftvektor} \quad (5-12a)$$

$$[V]^T [V] = [I] \quad \text{rumsligt ortogonala kraftvektorer} \quad (5-12b)$$

$$\int_0^\infty \Phi_j(t) \Phi_l(t) dt = \begin{cases} 1 & ; \quad j = l \\ 0 & ; \quad j \neq l \end{cases} \quad \text{till krafterna associerade ortogonala tidssignaler} \quad (5-12c)$$

I syfte att härleda en konvergensparameter baserad på modal tøjningsenergi, på ett motsvarande sätt som för det kopplade fallet, bildar vi modala koordinater enligt uttrycket (5-13).

$$\{U(t)\} = [\phi_u] \{Q(t)\} \quad ; \quad \begin{cases} \{\phi_u\}_i^T [M] \{\phi_u\}_j = \delta_{ij} \\ \{\phi_u\}_i^T [K] \{\phi_u\}_j = \omega_i^2 \delta_{ij} \\ \{\phi_u\}_i^T [D] \{\phi_u\}_j = 2\zeta_i \omega_i \delta_{ij} \end{cases} \quad (5-13)$$

Modal participation factor blir i detta fall en kolumnmatris där varje kolumn motsvarar den rumsliga belastningen associerad till en enskild transformerad tidssignal $\Phi_l(t)$.

$$\begin{cases} [\Gamma] = [\phi_u]^T [F_{svd}] \\ \Gamma_{il} = \{\phi_u\}_i^T \{F_{svd}\}_l \end{cases} \quad (5-14)$$

Vi bildar ett mått på den maximala modala töjningsenergin E_{il} vilken är associerad till en given transformerad tidssignal $\Phi_l(t)$.

$$E_{il} = \frac{\omega_i^2 (Q_{il}^{\max})^2}{2} = \frac{\Gamma_{il}^2 S_{V_{li}}^2}{2} \quad (5-16)$$

$$S_{V_{li}} = \left| \int_0^t \frac{\Phi_l(\tau) \exp(-\zeta_i \omega_i (t-\tau))}{\sqrt{1-\zeta_i^2}} \sin(\sqrt{1-\zeta_i^2} \omega_i (t-\tau)) d\tau \right|_{\max} \quad ; \quad 0 < t < \infty \quad (5-17)$$

Betraktar man töjningsenergimåttet enligt (5-16) kan man konstatera att måttet baseras på varje enskild mods maxvärde. Detta är den primära orsaken till valet av den transformation som införts på den tidsberoende kraftvektorn. Avsikten med transformationen är att i möjligaste mån associera en enskild mods respons till en enskild exciterande tidssignal. I figuren 5.1 ges responspektrum för alla ingående elementen, vilka avviker från noll, i kraftvektorn $\{F(t)\}$ för den testmodell som redovisas i bilaga 4. Den totala belastningen utgörs av 5 st kraftsignaler. I figuren 5.2 ges motsvarande spektrum för transformerade krafter, här givna på formen $[S]\{\Phi(t)\}$. Att denna belastning enbart består av 4 st tidssignaler beror på att de ursprungliga 5 signalerna uppvisar ett linjärt beroende. Jämför man resonanstopparna i de två figurerna kan man konstatera att enskilda toppar i den transformerade belastningens spektrum i högre grad domineras av en enskild tidssignal jämfört med ursprungsbelastningen. Genom transformationen erhålls alltså ett bättre estimat på varje mods maximala töjningsenergi jämfört med en tillämpning baserad på den ursprungliga uppsättningen krafter.

Summan av alla moders bidrag till den maximala töjningsenergin för en given belastningssignal l kan härledas genom nyttjande av massmatrisen och den rumsliga beskrivningen av samma belastning, dvs vektorn $\{F_{svd}\}_l$.

$$\sum_{i=1}^N \Gamma_{il}^2 = \left([\phi_u]^T \{F_{svd}\}_l \right)^T [\phi_u]^T \{F_{svd}\}_l = \{F_{svd}\}_l^T [\phi_u] [\phi_u]^T \{F_{svd}\}_l = \{F_{svd}\}_l^T [M]^{-1} \{F_{svd}\}_l = M_{\Gamma l} \quad (5-15)$$

Såsom diskuterades i avsnitt 5.1 kan ett närmevärde till pseudohastighetsresponsen för resttermen associerad till moderna $i > k$ baseras på en egenfrekvens given av Rayleigh-kvoten för den kvasistatiska utböjningen enligt (5-18).

$$\{\psi_u\}_l = [K]^{-1} \{F_{svd}\}_l - \sum_{i=1}^k \frac{\Gamma_{il}}{\omega_i^2} \{\phi_u\}_i \quad (5-18)$$

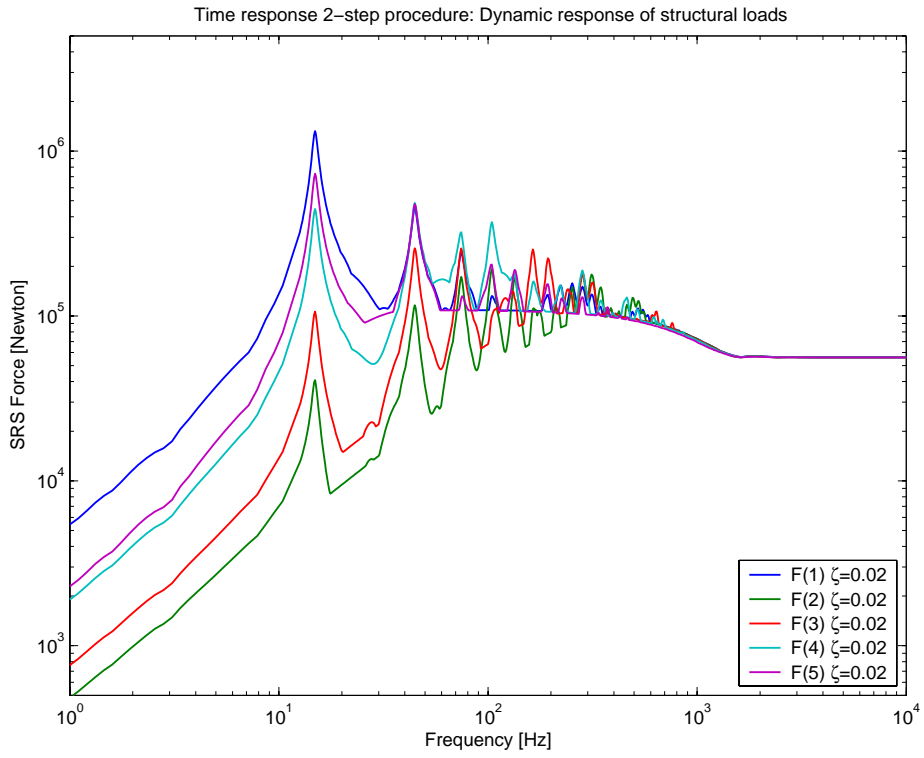
$$\omega_{l\psi}^2 = k_{l\psi} / m_{l\psi} \quad ; \quad \begin{cases} k_{l\psi} = \{\psi_u\}_l^T [K] \{\psi_u\}_l \\ m_{l\psi} = \{\psi_u\}_l^T [M] \{\psi_u\}_l \end{cases} \quad (5-19)$$

Ett mått på den totala maximala töjningsenergin kan nu bildas genom att summera alla moders och belastningssignalers bidrag inklusive närmevärdet till resttermen.

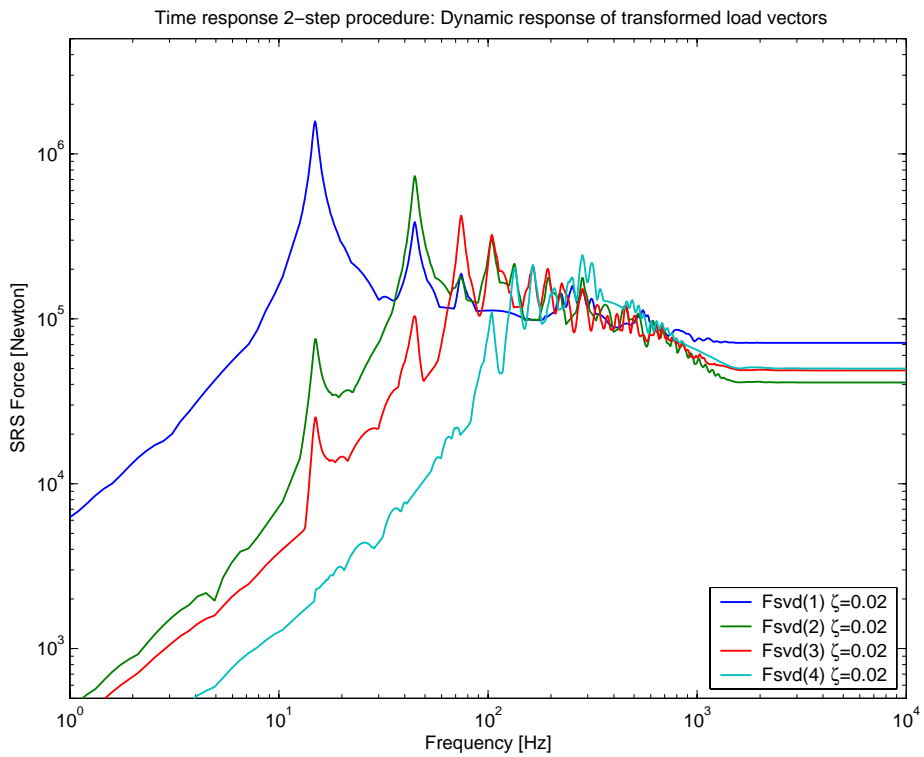
$$\sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N E_{il} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^N \frac{\Gamma_{il}^2 S_{V_{ii}}^2}{2} \approx \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^k \frac{\Gamma_{il}^2 S_{V_{ii}}^2}{2} + \sum_{l=1}^L \frac{S_{V_{l\psi}}^2}{2} \left(M_{\Gamma l} - \sum_{i=1}^k \Gamma_{il}^2 \right) \quad (5-20)$$

Ett estimerat fel i den totala töjningsenergin bildas genom att dividera närmevärdet till resttermen med den totala energin inklusive restterm.

$$\varepsilon(k) = \frac{\sum_{l=1}^L S_{V_{l\psi}}^2 \left(M_{\Gamma l} - \sum_{i=1}^k \Gamma_{il}^2 \right)}{\sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^k \Gamma_{il}^2 S_{V_{ii}}^2 + \sum_{l=1}^L S_{V_{l\psi}}^2 \left(M_{\Gamma l} - \sum_{i=1}^k \Gamma_{il}^2 \right)} \quad (5-21)$$



Figur 5.1 Pseudoaccelerationsrespons för otransformerade kontrollvolymkrafter



Figur 5.2 Pseudoaccelerationsrespons för transformerade kontrollvolymkrafter

5.3 Tillämpning av härledda konvergensparametrar

Med de parametrar som härletts i avsnitten 5.1-2 erhålls ett mått på konvergensen av den beräknade totala töjningsenergin relaterat till en given modal bas, detta vid tillämpning av modal superposition. Betraktar man de härledda konvergensparametrarna givna av uttrycken (5-8), (5-10) och (5-21) finner man att det estimerade felet $\varepsilon(k)$ är associerat till det antal moder k som ingår i den nyttjade modala basen. Här är underförstått att moderna är sorterade i ordning efter värdet på egenfrekvensen.

Syftet med konvergensparametrarna har varit att skapa ett instrument avsett för att bilda ett mer robust underlag för studier av vilka krav som skall ställas på maximalt acceptabelt tidssteg och elementdiskretisering, detta vid analys av transienta termohydraliska belastningar i rörsystem.

De storheter som är viktiga att ha kontroll på, där ett mått på fullständigheten i den beräknade responsen är nödvändig, är snittmoment i rörtvärnsnitt och reaktionskrafter/moment i förankringar. Viktigt är alltså att få en bild av hur dessa typer av responsstorheter förhåller sig till konvergensparametern baserad på den totala töjningsenergin. Dessa problemområden diskuteras i avsnitten 5.3.1 och 5.3.2 nedan.

En frågeställning som är väsentlig att kommentera är hur ett lämpligt tidssteg skall väljas i det fall då direkt tidsintegration tillämpas och hur konvergensparametrar baserade på modal töjningsenergi kan vara en grund för ett sådant val. Denna problematik diskuteras i avsnittet 5.3.3.

5.3.1 Konvergens av snittmoment och reaktionsmoment

I de acceptanskriterier som ges av ASME-koden för rörkomponenter kombineras inverkan från snittmoment och inre övertryck. Idealiseringsen av ett rörsystem leder till en tredimensionell slank balkkonstruktion. Svängningar i balkkonstruktioner kan karaktäriseras med böj/skjuvvågor, torsionsvågor och vågor som domineras av töjning längs med balkarnas medellinje. För ett verkligt rörsystem finns alla dessa vågtyper representerade med varierande fördelning i alla svängningsmoder. Vågutbredningshastigheten för böj/skjuvvågor och torsionsvågor är generellt avsevärt lägre än för vågor karaktäriserade av ren axiell töjning längs rören. Detta innebär att töjningsenergin domineras i ökande grad av böjning och torsion ju lägre egenfrekvensen är. Den axiella töjningen inverkar på töjningsenergin gradvis med ökande egenfrekvens för att vara dominerande vid strukturmodellens högsta egenfrekvenser.

Konsekvensen av resonemanget ovan är att det estimerade felet $\varepsilon(k)$ baserat på total töjningsenergi är ett konservativt mått på felet på beräknade snittmoment och reaktionsmoment, detta då dessa storheter är direkt kopplade till böjning och torsion i röret. I kapitel 6 redovisas testberäkningar vilka ger tydliga indikationer på att så är fallet.

5.3.2 Konvergens av reaktionskrafter och axiell töjning

Reaktionskrafter i förankringar/stöd och axiell snittkraft i rören är i avsevärt högre grad associerade till den axiella töjningsenergin än snittmoment och reaktionsmoment. En naturlig konsekvens av resonemanget ovan är att det estimerade felet $\varepsilon(k)$ är ett icke konservativt mått på felet i beräknade reaktionskrafter och axiell snittkraft. De testberäkningar som redovisas i kapitel 6 indikerar detta.

Att påvisa konvergens av reaktionskrafter i stöd är ett generellt problem för alla typer av dynamiska belastningar.

Att påvisa konvergens för ren axiell töjning/spänning är ej nödvändigt då inga acceptanskriterier är kopplade till denna storhet. Man kan dock notera samma problematik gäller för denna storhet som reaktionskrafter i stöd och förankringar.

5.3.3 Val av tidssteg vid direkt tidsintegration

Vissa röranalysprogram tillämpar direkt tidsintegration för andra typer av dynamiska belastningar än de där responsspektrummetoden används. Vid direkt tidsintegration utnyttjas hela systemmatrisen utan reduktion till modala frihetsgrader. Förutsatt att strukturmodellen är uppbyggd av strukturelement av korrekt storlek relativt förloppet tidsberoende är tidssteget den enda parameter som styr konvergens i beräknade responsstorheter. De konvergensparametrar som härletts här är ej direkt associerade till tidssteget. Utgående från konvergensparametern $\varepsilon(k)$ kan dock ett tidssteg väljas som har en direkt förankring i strukturens beteende.

Antag att vi kan förutsätta att en svängningsmod med egenvinkelfrekvensen ω_k kan antas vara den mod med högst egenfrekvens som bidrar signifikant till responsen. Kravet på val av tidssteg, Δt , för flesta numeriska integrationsmetoder är att Δt skall sättas till en tiondel av periodtiden för denna svängningsmod, dvs $\Delta t \leq 2\pi/(10 \cdot \omega_k)$. Vi kan här förutsätta att svängningsmoden valts på basis av konvergensparametern $\varepsilon(k)$. Ett val av tidssteg med utgångspunkt från konvergensparametern kan alltså göras.

En tillämpning av direkt tidsintegration där valet av tidssteg görs på detta sätt medför att responsen i princip är bättre estimerad än om modal superposition tillämpas utan korrektion för kvasistatisk respons för utelämnade moder. Skälet till detta är att den kvasistatiska delen av responsen automatiskt ingår vid direkt tidsintegration. Den kvasistatiska delen av responsen är av betydelse för en fullständig beräkning av stödreaktioner.

6. TESTBERÄKNINGAR

I bilaga 4 redovisas data för den rörgeometri som valts för testberäkningar. Modellen har använts för att göra jämförelser mellan kopplade och okopplade analyser men primärt för test av härledda konvergensparametrar. Modellen beskriver ett tredimensionellt rörsystem med fyra krökar. I den ena änden ansluter röret till ett tryckkärl och i den andra änden sitter en ventil. Belastningen utgörs av en snabb ventilstängning. Röret är endast förankrat i ändarna, dvs i anslutning till tryckkärlet och vid ventilen. Då röret för övrigt saknar förankringar/stöd kan man förvänta sig en tydlig inverkan från interaktionen mellan det inneslutna vattnet och rörstrukturen.

I syfte att studera konvergensen av olika responsstorheter har belastningen valts på sådant sätt att inverkan från högfrekventa svängningsmoder maximerats. Detta har gjorts genom att välja en kortast möjliga ventilstängningstid, sett i relation till modellidealiseringsen. I bilaga 1, avsnitt B1.3, diskuteras balkformuleringens tillämpbara frekvensområde. Gränsfrekvensen för balkmodellen ges av uttrycket (B1-11). För aktuell geometri är denna gränsfrekvens ca 2.3 kHz. Med utgångspunkt från gränsfrekvensen kan en kortaste pulstid estimeras, se uttrycket (B1-12). Baserat på valda materialdata och rördimension kan en ventilstängningstid beräknas, här 1.29 ms. En stängningstid som är kortare än denna kräver en annan mer detaljerad modell av rörsystemet. Pulsformen för exciterande källstyrka ges i bilaga 4. Med utgångspunkt från värdet på f_{ZPA} , här bestämt till ca 2.3 kHz, kan ett längsta rimliga tidssteg estimeras, $\Delta t \leq 1/10 f_{ZPA}$. Utan vetskap om konvergensen av olika responsstorheter och utan tillämpning av konvergenskontroll med alternativa tidssteg krävs alltså att transientberäkningen utförs med ett tidssteg på ca 0.04-0.05 ms.

Styrande parameter för val av elementlängd är i detta fall våglängden för akustiska plana vågor i det inneslutna vattnet. Elementlängden är satt till ca 0.085 m.

Den elementformulering som valts är den reducerade form som diskuteras i bilaga 3. Den akustiska modellen beskriver alltså enbart plan våg, övriga fluidegenskaper har införts som en till strukturen adderad massegenskap. Strukturmodellen är reducerad till sex frihetsgrader i varje nod på det sätt som beskrivs i bilaga 3.

6.1 FSI jämfört med okopplad beräkning

I bilaga 5 redovisas jämförande beräkningar där tre alternativa metoder tillämpats:

- (i) *Kopplad analys*. Analysen är utförd genom direkt tillämpning av den formulering som ges av avsnittet 4.1.
- (ii) *Okopplad analys enligt traditionell 2-stegsmetod*. Metoden beskrivs i detalj i avsnittet 4.5.1.
- (iii) *Okopplad analys med konsistent strukturbelastning*. Metoden beskrivs i detalj i avsnittet 4.5.2.

Valet av tidssteg har baserats på responspektrumberäkningar vilka utförts på beräknade kraftsignaler från steg 1 i den okopplade analysen. I bilaga 5 ges responspektrum för en typisk kraftsignal. Av redovisat spektrum framgår att f_{ZPA} estimerats till ca 1.6 kHz. Jämfört med de 2.3 kHz som estimerats baserat på källstyrkan är detta rimligt. Tidssteget för samtliga analyser i jäm-

förelsen är satt till 0.062 ms. De konvergensstudier som redovisas i avsnitten nedan bekräftar att vald tidsdiskretisering är mer än tillräcklig.

För jämförelsen har valts de responsstorheter av varje kategori som uppvisar största maxamplitud.

Resultaten från den traditionella 2-stegmetoden är ej genomgående konservativa relativt den kopplade analysen. Den okopplade analysen med konsistent strukturbelastning uppvisar dock högre strukturreponser för alla valda punkter och storheter, jämfört med den kopplade modellen.

Att dra generella slutsatser vad gäller skillnader i alla responsstorheter mellan okopplade beräkningar och FSI är sannolikt ej möjligt. Inverkan från FSI minskar dock gradvis med ökande antal förankringar och stöd, detta då interaktionen har sin grund i kopplingen mellan rörets rörelser i krökarna och dessa rörelsers påverkan på inneslutet vatten.

6.2 Test av konvergensparametern vid okopplad analys

I bilaga 6 redovisas en testberäkning av den konvergensparameter som härletts i avsnittet 5.2. Utgångspunkten har varit trycktransienten beräknad enligt den traditionella 2-stegmetoden. Från denna trycktransient har exciterande strukturbelastning beräknats. Denna strukturbelastning har transformerats enligt uttrycket (5-12a-c). Baserat på transformerade kraftsignaler och beräknade okopplade egenmoder i rörstrukturen har konvergensparametern enligt uttrycket (5-21) beräknats.

Strukturreponsen har sedan beräknats med successivt ökande antal moder. På detta sätt kan olika storheters konvergens jämföras med konvergensparametern. I tillägg redovisas tidssignaler för responsberäkningar för komplett lösning och för reducerade modeller baserade på moder upp till 100 Hz respektive 200 Hz. Responser för de reducerade modellerna har beräknats med och utan statisk residualrespons. Det skall noteras att den statistiska residualresponsen som beräknats med reducerad modell är en approximation, detta då gränshänsen för den statistiska delen, f_{ZPA} , ju estimerats till ca 1.6 kHz. Att residualdelen är approximativt bestämd framgår mycket klart i de responssignaler som ges för maximal axialkraft.

Som framgår av bilaga 6 är konvergensparametern ett pålitligt mått på beräknat fel för snittmoment och reaktionsmoment, vilket enligt diskussionen i avsnittet 5.3.1 är förväntat. Härledd konvergensparameter kan alltså vara ett effektivt verktyg vid bestämmande av modellidealiserings och val av tidssteg vid analyser av rörkomponenter enligt ASME-koden NB3600 och NC3600.

Konvergens för reaktionskrafter och axiella snittkrafter är som väntat mycket långsammare än för snittmomenten. För dessa storheter är konvergensparametern ej ett konservativt mått. Som tidigare diskuterats i avsnitt 5.3.2 är detta dock ett generellt problem för alla typer av dynamiska belastningar i rörsystem.

Presenterade tidssignaler för de olika responsstorheterna vilka ges i konvergensstudien påvisar att ett avsevärt längre tidssteg kan tillämpas än det tidssteg på 0.062 ms som baseras på f_{ZPA} härlett från exciterande krafter.

6.3 Test av konvergensparametern vid kopplad analys

På motsvarande sätt som för det okopplade fallet har testberäkningar utförts i syfte att studera konvergensen vid en kopplad analys. Konvergensparametern har beräknats både baserat på antagandet att belastande källstyrka kan betraktas som en ideal impuls, dvs enligt uttrycket (5-8), och utgående från källstyrkesignalens pseudohastighetsrespons, dvs enligt uttrycket (5-10). Kurvor av konvergensparametern baserade på uttrycket (5-10) benämns "Svp based".

På samma sätt som i det okopplade fallet presenteras tidssignaler för olika responsstorheter för fullständig lösning, för reducerad modell med kopplade moder upp till 100 Hz och för reducerad modell med kopplade moder upp till 200 Hz. Här har dock ej någon beräkning med den statistiska residualen presenterats, detta då det ej är relevant för en impulsliknande excitation.

I princip samma slutsatser som i det okopplade fallet kan dras vad gäller fördelningen av konvergenshastigheten av olika responsstorheter i strukturen. Konvergensen för alla responsstorheter är dock avsevärt snabbare än i det okopplade fallet. Den relativt sett svaga konvergensen för reaktionskrafter och axiella snittkrafter är ej lika markant i det kopplade fallet som i det okopplade.

I tillägg till konvergenskontroll på strukturens responsstorheter har även konvergensen av trycktransienten studerats gentemot härledd konvergensparameter associerad till fluiddomänen i den kopplade modellen. Som framgår av beräkningsresultaten är konvergensparametern ett pålitligt mått på konvergensen av trycktransienten.

7. DÄMPNINGENS INVERKAN

Såsom påpekas i referens /1/ har det saknats rekommendationer och praxis vad gäller tillämpbara värden på strukturdämpning vid analys av termohydrauliskt belastade rör i kärnkraftanläggningar. Tillämpbara standarder och regelverk saknar alltså rekommendationer och krav. I referens /1/ föreslås de dämpvärden som ges av Ware i referens /10/. Dessa dämpvärden har även stöd av PVRC. Samma dämpmodell har även införts som en rekommendation i "Guidelines for Design Analysis and Design Review of Nuclear Class 1 and 2 Piping Systems", se referens /2/. En frågeställning som kan vara motiverad mot bakgrund av detta är hur känslig beräknad spänningsrespons är för valt dämpvärde. Någon ingående studie av strukturdämpningens inverkan på beräknade spänningar vid termohydrauliska belastning har vad DNV erfar ej presenterats.

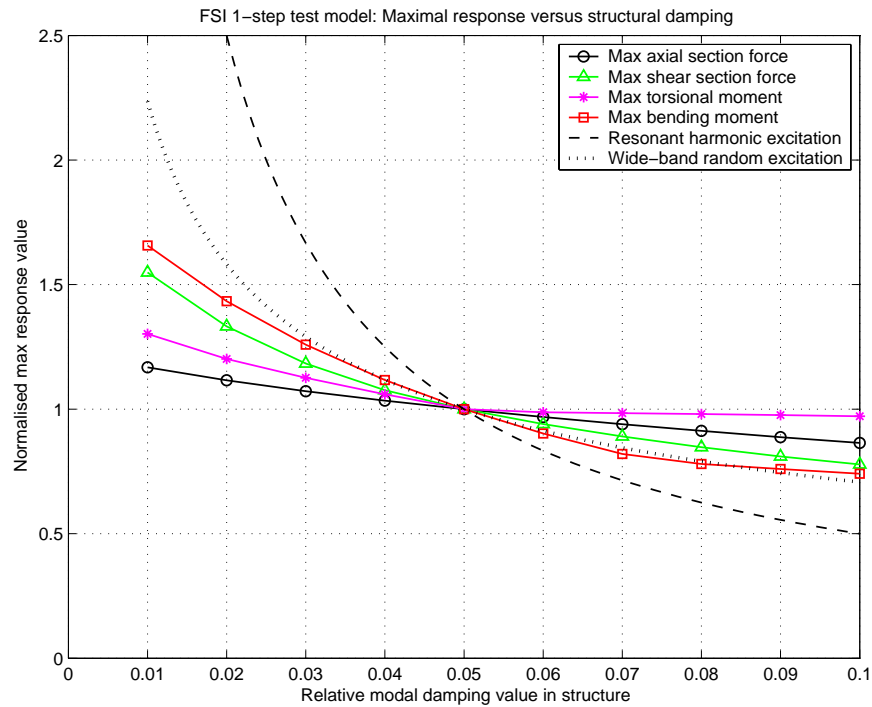
Här har en begränsad studie gjorts där inverkan från dämpningen beräknats för olika responsstorheter. Samma modell och belastning har nyttjats som den som använts för övriga testberäkningar, se bilaga 4. I en beräkning är röret förankrat endast i ändarna såsom i de testberäkningar där konvergensparametrar studeras. Avsikten med att ej införa förankringar för övrigt är maximera dämpningens inverkan på responsen. Resultatet från detta fall redovisas i figur 7.1.

Ju fler restriktioner som införs på rörets rörelser desto högre andel av responsen kan förväntas vara att hänföra till den kvasistatiska delen av strukturens töjningsrespons, vilken ej är dämpningsberoende. I en andra beräkning har därför stöd införts i anslutning till alla krökar. Stöden har införts på ett sådant sätt att termisk expansion i en given rak rörsträcka kan tas upp av böjflexibiliteten i nästkommande rakt rör efter kröken. För denna specifika rörgeometri är detta en praktiskt möjlig konfiguration av randvillkor där restriktionerna maximerats och därmed ett förväntat svagt dämpningsberoende av responsen.

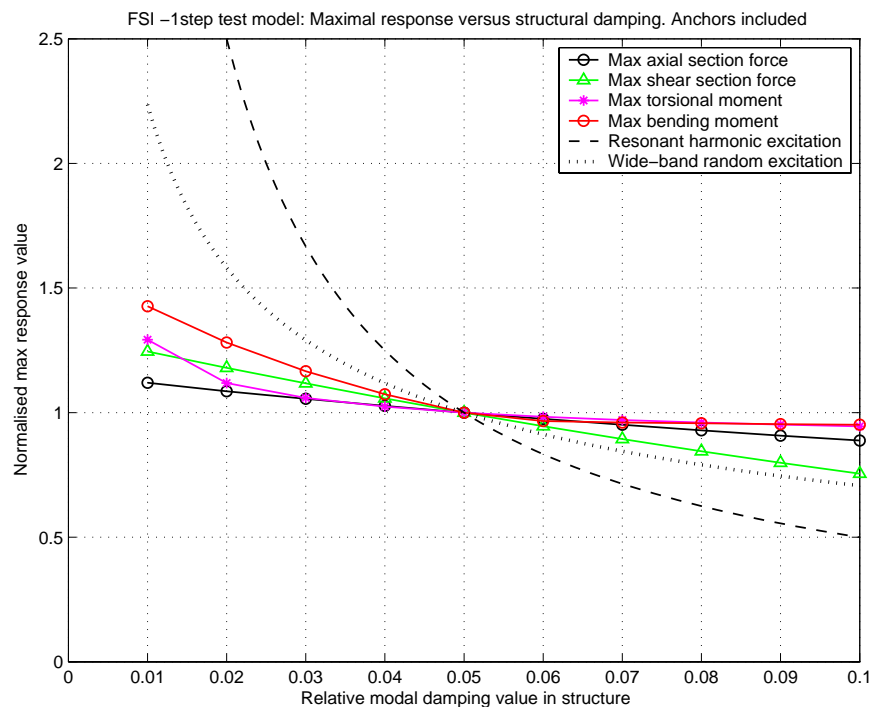
I figurerna 7.1 och 7.2 redovisas en sammanställning av denna begränsade studie. De snittkrafter/moment som redovisas är de som uppvisar störst värde för varje kategori. Snittkrafterna i figur 7.1 är alltså desamma som de som nyttjats för konvergensstudien som diskuteras i kapitel 6. Den maximala responsen för varje snittstorhet har beräknats där strukturdämpningen varierats mellan 1%-10%, här angivet som relativ modal dämpning. Alla enskilda snittstorheters maxrespons har normerats mot aktuell maxrespons vid 5% dämpning. Som jämförelse har införts kurvor på dämpningens inverkan på en enskild mods respons vid resonant harmonisk excitering och vid bredbandig randomexcitering.

Som framgår är dämpningsberoendet förhållandevis svagt för alla typer av snittkrafter/moment. Generellt påverkar dämpningen responsen mer i det fall där röret endast är förankrat i ändarna. Maximal axialkraft påverkas mycket lite av dämpningen. Skälet till detta är sannolikt kopplat till att en relativt stor andel av responsen är kvasistatisk. Störst inverkan från dämpningen uppvisar maximalt böjmoment vilken är den snittstorhet vars kvasistatiska andel av responsen är jämförelsevis låg.

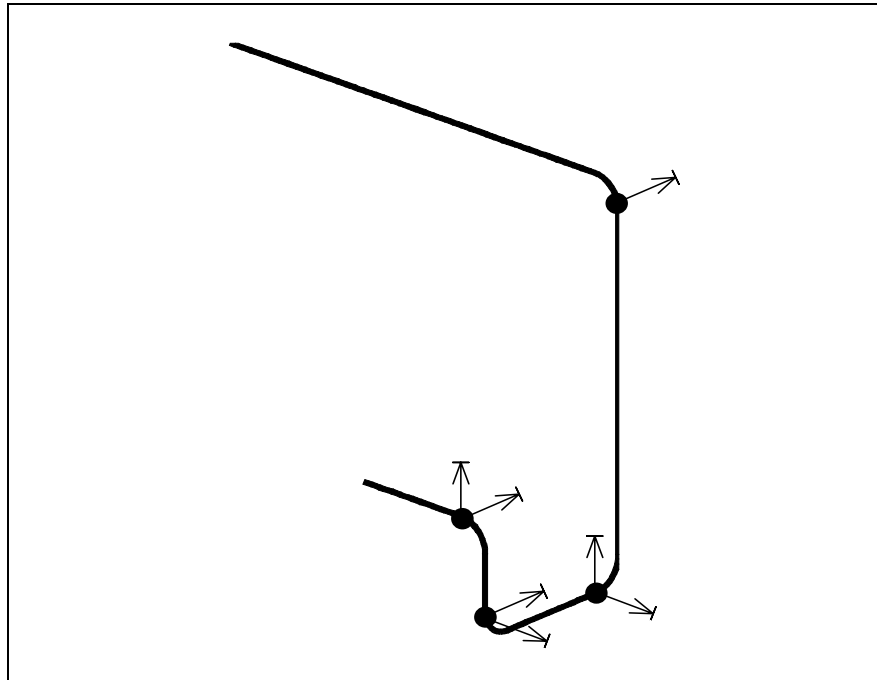
Den svaga inverkan från dämpningen på strukturresponsen kan förklaras med att systemexciteringen i grunden är av impulstyp, detta om vi betraktar det kopplade problemet. Alla kopplade moders respons får karaktären av avklingande sinussignaler och inga resonansfenomen kan därför förväntas. Vid tillämpning av den traditionella 2-stegsmetoden kan strukturbelastningen ej sägas vara av impulstyp. Teoretiskt kan man tänka sig att den från steg 1 beräknade termohydrauliska belastningen kan generera en resonansliknande respons i rörstrukturen i steg 2. En sådan typ av respons är dock ofysikalisk och ett resultat av metoden. Det har därför ej bedömts meningsfullt att studera dämpningens inverkan vid tillämpning av denna metod.



Figur 7.1 Strukturdämpningens inverkan på de beräknade responsstorheter från testmodellen som presenteras i bilaga 4, kopplad analys. Röret är förankrat endast i ändarna.



Figur 7.2 Strukturdämpningens inverkan på de beräknade responsstorheter från testmodellen som presenteras i bilaga 4, kopplad analys. Förutom att röret är förankrat i ändarna har stöd införts såsom beskrivs i figuren 7.3



Figur 7.3 Extra restriktioner som införts för testfallet som redovisas i figur 7.2.
Modellen är för övrigt densamma som ges i bilaga 4.

8. SLUTSATSER

- (i) *Strukturidealiseringsen*. Ett rörelement beskrivande ett rakt rörsegment har tagits fram. Elementets egenskaper baseras på en kombination av Mindlins skalteori för rörets radiella/axiella egenskaper och Timoshenko balkteori för övrigt. Rörelementet kan användas för krökar genom att en flexibilitetsfaktor införs. För tillämpningar där endast ett rakt rör studeras finns ingen annan övre gränsfrekvens än den eventuella gräns som ges av tillämpbarheten av Mindlins skalteori. Vid mera praktiska tillämpningar där krökar och förgreningar ingår är högsta möjliga tillämpbara övre gränsfrekvens ekvivalent med den frekvens som ges av böj/skjuvvågor med en våglängd lika med rörets omkrets. Denna frekvens kan lätt estimeras. Tillämpbarheten av flexibilitetsfaktorn som metod kan innebära en lägre övre gränsfrekvens än denna. Denna problematik är ej utredd. Den formulering som valts för detta arbete är dock mer fullständig än den som normalt tillämpats i branschen för denna tillämpning. För praktiska tillämpningar innebär den valda formuleringen att rörstrukturen kan beskrivas med sex de frihetsgrader i varje nod som normalt används för balkmodeller.
- (ii) *Fluididealiseringsen*. En speciell typ av FEM-formulering har härletts och implementerats beskrivande den i röret inneslutna vätskan/gasen. Formuleringen är konsistent med den förskjutningsformulering som tillämpats för rörstrukturen. Såväl vågutbredning som det inkompressibla närfältet ingår i formuleringen. Den del av tryckfältet som kan härledas till närfältet införs som en adderad masströghet på ett konsistent sätt i strukturmodellen. För praktiska tillämpningar med krökar och förgreningar medför formuleringen att fluiden kan beskrivas med endast en frihetsgrad i varje nod och beskrivande enbart plan vågutbredning. För dessa fall kan en övre gränsfrekvens för den akustiska formuleringens tillämpbarhet bestämmas vilken ges av frekvensen för den första asymmetriska akustiska moden. Denna frekvens ligger generellt högre än den övre gränsfrekvensen för balkformuleringen av röret för tillämpningar med vattenfyllda stålrör.
- (iii) *Konvergensparametrar*. Med utgångspunkt från systemekvationer och exciterande tidsförlopp har konvergensparametrar härletts både för det kopplade elasto-akustiska problemet och för tillämpning av den traditionella 2-stegsmetoden. Parametrarna bygger på estimat av maximal modal töjningsenergi och är ekvivalenta motsvarigheter till parametern *effective modal mass* vilket är ett inarbetat och väl dokumenterat mått som tillämpas på basexciterade strukturer, exempelvis vid seismisk belastning. Testberäkningar har utförts där strukturresponsen jämförts med härledda parametrar. De testberäkningar som utförts påvisar att med konvergensparametern som utgångspunkt kan ett rimligt val av tillräckligt kort tidssteg göras. Vidare indikerar testberäkningarna att konvergens av spänningar kan erhållas vid avsevärt längre tidssteg och med grövre elementdiskretisering än vad ett traditionellt angreppssätt anger.
- (iv) *Strukturdämpningens inverkan*. En begränsad studie har gjorts i syfte att få en uppfattning om vald strukturdämpnings inverkan på beräknad spänningsrespons vid termohydraulisk belastning. I studien nyttjades endast beräkningar inkluderande fluid/strukturkoppling. Slutsatsen är att dämpningsvärdet kan förväntas ha svag inverkan på spänningsresponsen. Skälet till det svaga beroendet kan härledas till att den exciterande källan är av impulskaraktär. Utförda testberäkningar motsäger inte denna slutsats. Dämpningens inverkan vid tillämpning av den traditionella 2-steg metoden, okopplad analys,

har ej bedömts som meningsfullt att studera. Detta då ett eventuellt starkt dämpningsberoende direkt kan hänföras till effekter av metoden som sådan och ej till ett fysikaliskt beteende.

9. FÖRSLAG TILL FORTSATTA INSATSER

Genom det utförda arbetet har ett par problemområden identifierats. Dessa problemområden ges nedan i punkterna (i) och (ii) med en kortfattad bakgrund och förslag till utredningsarbete. Vidare föreslås att med punkterna (i) och (ii), samt det här utförda arbetet, som utgångspunkt tas fram konkreta rekommendationer vilka införs som uppdatering av ”*Guidelines for design analysis and design review of nuclear class 1 and 2 piping systems*”, referens /2/. Syftet med detta är att på ett mer heltäckande sätt behandla även termohydraulisk belastning i ”guidelinen”.

Förslaget till fortsatta insatser är alltså följande:

- (i) *Strukturdynamiska egenskaper i rörkrökar.* I redovisat arbete har en sk flexibilitetsfaktor införts i balkbeskrivningen i syfte att beskriva reduktionen av statisk böjstyvhet i rörkrökar. Detta är den metod som tillämpas generellt i röranalysprogram och som även föreskrivs i tillämpbara standarder, exempelvis ASME-koden. Denna förenklade metod är sannolikt fullt adekvat även för dynamiska belastningar med förhållandevis lågt frekvensinnehåll, som exempelvis GV/SSE och GV/SRV. Termohydraulisk belastning är dock till naturen avsevärt mer högfrekvent än dessa belastningar. Man kan förvänta sig att den dynamiska flexibiliteten i krökar gradvis ökar med ökande frekvens. Av detta skäl föreslås en studie där möjligheten studeras att komplettera balkbeskrivningen i syfte att ta hänsyn till dessa dynamiska egenskaper.
- (ii) *Konvergens av stödreaktioner.* I redovisat arbete har analysparametrar tagits fram vilka är pålitliga mått på konvergensen av snittmoment beroende på valt tidssteg och modal bas i rörmodellen. Acceptanskriterier i ASME-koden baseras på enbart på dessa snittmoment. Parametrarna bygger på ekvivalenta motsvarigheter till parametern *effektive modal mass* vilken nyttjas vid analys av basexciterade strukturer, dvs analys av belastningar vid sk globala vibrationer. Generellt så nyttjas samma rörmodeller/analyser även för hållfasthetsbedömningar av rörstöden. Som framgår av detta arbete är konvergensen i form av tvärkrafter/axialkrafter avsevärt sämre än för snittmoment. Detta gäller generellt för alla typer av dynamiska belastningar. Dessa tvärkrafter/axialkrafter ingår som en del av totala belastningen i rörstöden. Det är alltså väsentligt att även utreda hur man på effektivaste sätt kan säkra konvergensen i stödreaktioner genom val av tidssteg och lösningsmetod.
- (iii) *Rekommendationer för nedsampling av belastningssignaler.* De flesta idag förekommande röranalyser inkluderande termohydrauliska belastningar utförs enligt den traditionella 2-stegsmetoden. Kravet på tidssteg i den termohydrauliska beräkningen har sin grund i inverkan från sk numerisk dämpning. I syfte att i möjligaste mån eliminera denna dämpning krävs mycket korta tidssteg med stora datamängder som följd. Det är oftast praktiskt nödvändigt tillämpa sk nedsampling av beräknade belastningssignaler vilka sedan införs i strukturmodellen. Detta i syfte att minska datamängden. Idag finns inga väldokumenterade kriterier/rekommendationer för hur denna hantering bör utföras. Avsaknaden av sådana rekommendationer är ett uppenbart problem vid tredjepartskontroll. Tillämpning av de konvergensparametrar som tagits fram i detta arbete och den föreslagna studien enligt (ii) ovan bedöms vara ett bra underlag för framtagning av sådana rekommendationer. Därför föreslås ett arbete där rekommendationer tas fram vilka baseras på förenklade uttryck lämpliga som underlag för tredjepartskontroll.

- (iv) *Revidering av "Guidelines for design analysis and design review of nuclear class 1 and 2 piping systems"*. I ett tidigare arbete, finansierat av SKI och "Anläggningsägarnas beräkningsgrupp" som utförts på DNV, har rekommendationer tagits fram för främst dynamisk analys av rörsystem. Huvuddelen av detta arbete var riktat mot analys av dynamiska belastningar på grund av sk globala vibrationer. För fallet termohydraulisk belastning ges endast rekommendationer av mer generellt karaktär. De nya rön som kommit fram i och med detta arbete och det arbete som föreslås ovan bedöms som både klart tillämbart och av väsentligt värde för mer effektiva analyser och en mer rationell hantering vid tredjepartskontroll. Av detta skäl föreslås ett arbete där "guidelinen" uppdateras.

10. REFERENSER

- /1/ DNV RSE FoU Rapport Nr. 2002/04, revision 0, 2002-03-21
Riktlinjer för konstruktionsanalyser av nukleära rörkomponenter. Etapp 1
Olof Björndahl
- /2/ DNV RSE R&D Report Nr. 2002/05, revision 0, 2002-06-27
Guidelines for Design Analysis and Design Review of Nuclear Class 1 and 2 Piping Systems
Olof Björndahl
- /3/ Skalak R.
An extension of the theory of waterhammer
Transactions of the American Society of Mechanical Engineers 78(1), 1956, 105-116
- /4/ Joukowsky N.
Über den hydraulischen Stoß in Wasserleitungsrohren. Memoires de l'Academie Imperiale des Sciences de St. Petersbourg, series 8, vol. 9, no. 5, 1900
- /5/ Antoniadis I. & Kanarachos A.
Modal Decoupling Methods for Fluid-Structure Interaction in Piping Systems
Computers & Structures, Vol 29, No. 4, pp 577-585, 1988
- /6/ Rodabaugh E. C. & George H. H.
Effect of Internal Pressure on Flexibility and Stress Intensification Factors of Curved Pipe or Welding Elbows.
Trans. ASME, vol. 79, 1957, pp. 939-948
- /7/ Moody Fredric J.
Introduction to Unsteady Thermofluid Mechanics.
John Wiley & Sons, Chapter 7, 1990
- /8/ Clough R. W. & Penzien J.
Dynamics of Structures, 2nd edition
McGraw-Hill, 1993
- /9/ Strang G.
Linear Algebra and its Applications, 3rd edition
Hardcourt Brace & Company, 1988
- /10/ Ware, A. G.
Pipe Damping – Results of Vibration Tests in the 33 to 100 Hertz Range
NUREG/CR-4562, 1986

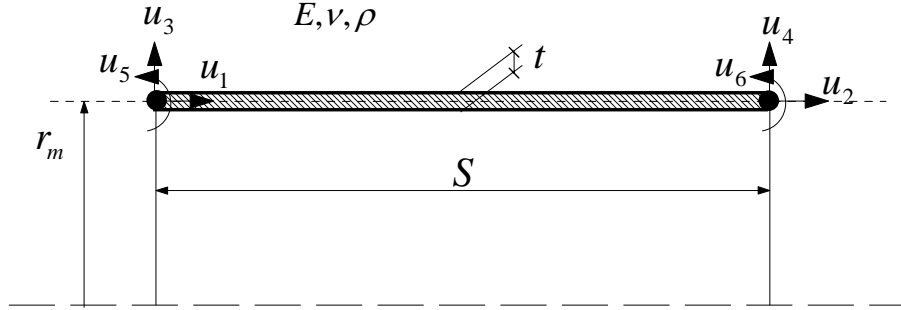
REVISIONSFÖRTECKNING

1. Bilaga 7, sida 76: Figuren ”Convergence test, 1-step FSI. Maximal Pressure Perturbation”. Korrekt konvergensparameter införd. I revision 0 var parametern associerad till strukturen inlagd av misstag. Ett antal tryckfel har dessutom rättats.

BILAGA 1 – STRUKTURMODELL AV ETT RÖRSEGMENT

B1.1 Axisymmetrisk skalmodell av ett rörsegment

I uttrycken (B1-1) och (B1-2) ges styvhets- och massmatrisen för den skalmodell som härletts för tillämpning i samband med studier av interaktionen mellan trycktransienter och mekaniska rörelser/belastningar i rörsystem. Modellen som implementerats kan hantera rör med styckvis linjärt varierande radie. Nedan ges dock endast fallet med konstant radie då det mer generella fallet skapar mycket långa uttryck. Matriserna bygger på Mindlins skalteori och den förskjutningsansats som ges i referens /B1-1/. Alla matriselement är analytiskt integrerade och därmed exakt konsistenta med den förskjutningsansats som tillämpats.



Figur B1.1 Definition av parametrar beskrivande en skalmodell av ett rörsegment

$$[K_{ar}] = \frac{2\pi E t r_m}{(1-\nu^2)S} \quad (\text{B1-1})$$

1	-1	$-vS/2r_m$	$-vS/2r_m$	$-vS^2/12r_m$	$vS^2/12r_m$
-1	1	$vS/2r_m$	$vS/2r_m$	$-vS^2/12r_m$	$-vS^2/12r_m$
$-vS/2r_m$	$vS/2r_m$	$(5(1-\nu)r_m^2 + 4S^2)/12r_m^2$	$(5(\nu-1)r_m^2 + 2S^2)/12r_m^2$	$S(5(1-\nu)r_m^2 + S^2)/24r_m^2$	$-S(5(\nu-1)r_m^2 + S^2)/24r_m^2$
$-vS/2r_m$	$vS/2r_m$	$(5(\nu-1)r_m^2 + 2S^2)/12r_m^2$	$(5(1-\nu)r_m^2 + 4S^2)/12r_m^2$	$-S(5(1-\nu)r_m^2 + S^2)/24r_m^2$	$S(5(\nu-1)r_m^2 + S^2)/24r_m^2$
$vS^2/12r_m$	$-vS^2/12r_m$	$S(5(1-\nu)r_m^2 + S^2)/24r_m^2$	$-S(5(\nu-1)r_m^2 + S^2)/24r_m^2$	$(25(1-\nu)S^2r_m^2 + 2S^4 + 20r_m^2r_m^2)/240r_m^2$	$-(25(\nu-1)S^2r_m^2 + 2S^4 + 20r_m^2r_m^2)/240r_m^2$
$vS^2/12r_m$	$-vS^2/12r_m$	$-S(5(\nu-1)r_m^2 + S^2)/24r_m^2$	$S(5(\nu-1)r_m^2 + S^2)/24r_m^2$	$-(25(\nu-1)S^2r_m^2 + 2S^4 + 20r_m^2r_m^2)/240r_m^2$	$(25(1-\nu)S^2r_m^2 + 2S^4 + 20r_m^2r_m^2)/240r_m^2$

$$[M_{ar}] = 2\pi \rho t r_m S \cdot \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/6 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/6 & S/24 & -S/24 \\ 0 & 0 & 1/6 & 1/3 & S/24 & -S/24 \\ 0 & 0 & S/24 & S/24 & S^2/120 + t^2/36 & -S^2/120 + t^2/72 \\ 0 & 0 & -S/24 & -S/24 & -S^2/120 + t^2/72 & S^2/120 + t^2/36 \end{bmatrix} \quad (\text{B1-2})$$

Belastningen vilken ges av ett tryckfält på rörets inneryta kan beskrivas med en sk kopplingsmatris. Vi utgår från att trycket på rörets inneryta beskrivs med två nodtryck, ett i var ände av rörsegmentet. Detta är enligt den ansats som nyttjats i den akustiska modell som härletts och

diskuteras i Bilaga 2. Med denna ansats kan konsistenta nodkrafter beräknas. Matrisen $[C_r]$ beskriver den radiella belastningen som verkar på rörsegmentet.

$$[C_r] = \pi(2r_m - t)S \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1/3 & -1/6 \\ -1/6 & -1/3 \\ -S/24 & -S/24 \\ S/24 & S/24 \end{bmatrix} \quad (\text{B1-3})$$

Kopplingsmatrisen $[C_p]$ beskriver den axiella belastning som röret utsätts för i det fall att röret slutas i ändarna. I applikationer med raka rör eller rör utan krökar försvinner inverkan från denna kopplingsmatris automatisk då närliggande elements kopplingstermer tar ut varandra. Genom att nyttja matrisen $[C_p]$ införs automatiskt en konsistent belastning i krökar och T-stycken i röret axiellt och i tvärriktningen till dessa balkfrihetsgrader. Detta genom den koordinattransformation som definierar rörets riktningsändring.

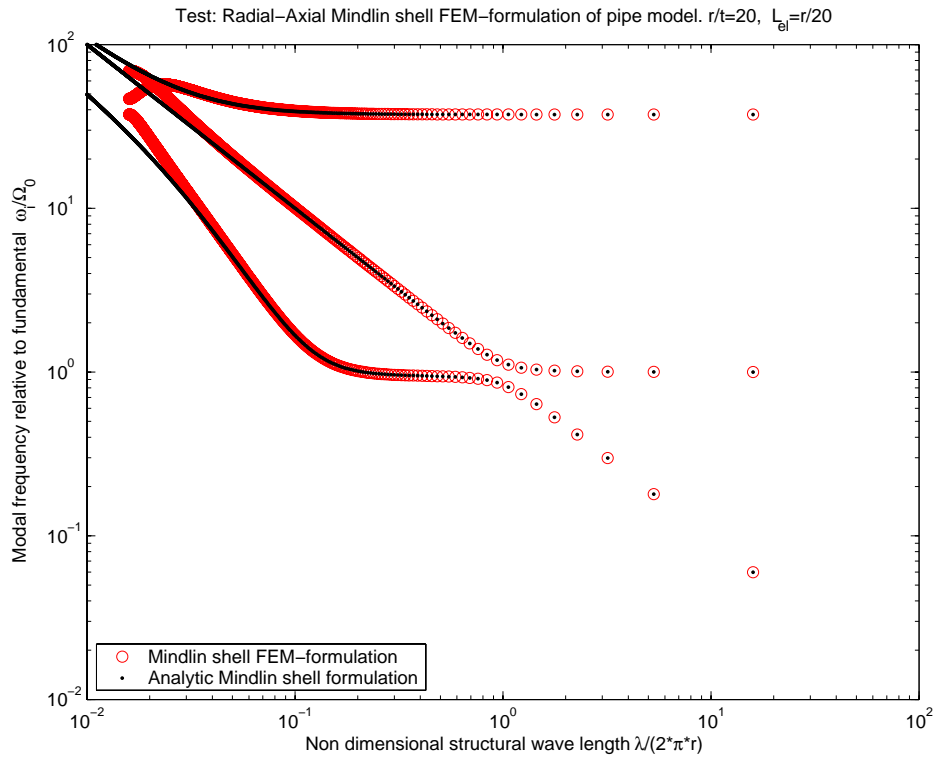
$$[C_p] = \frac{\pi(2r-t)^2}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B1-4})$$

I figurerna B1.2-3 nedan redovisas två verifierande testexempel där ett rör modellerats med de skalelement som givits ovan. Rörets olika axisymmetriska skalmoder har beräknats och jämförts med den analytiska lösningen för samma skalteori. Skalteorin finns beskriven i referens /B1-2/. I figurerna B1.4-5 kan asymptoter för de olika skalmodernas egenfrekvenser identifieras och relaterade till skalets geometri och materialdata. Beräknade egenfrekvenser i figurerna B1.2-3 är normerade till den fundamentala egenfrekvensens Ω_0 .

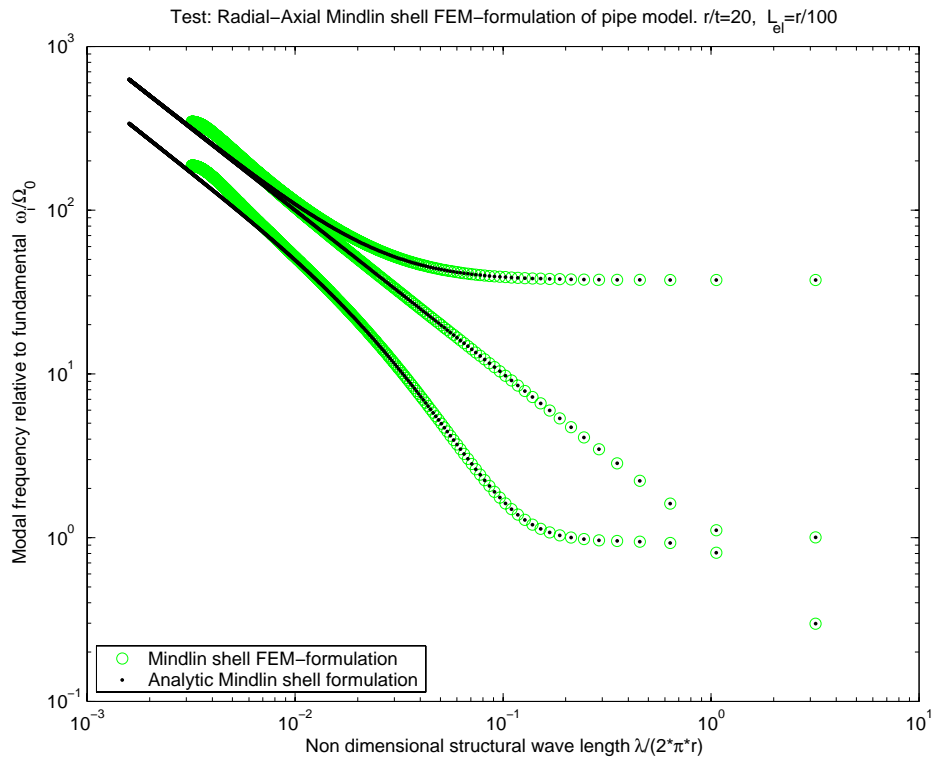
$$\Omega_0 = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad \text{Rörets fundamentala engvinkelfrekvens} \quad (\text{B1-5})$$

Som framgår är överensstämmelsen mycket god. Avvikelsen mellan analytisk och numerisk lösning ökar som väntat med minskad våglängd, dvs med minskat antal noder per våglängd. Den relativt sett stora avvikelsen vid den kortaste våglängden beror på att systemmatrisens alla egenvärden presenteras.

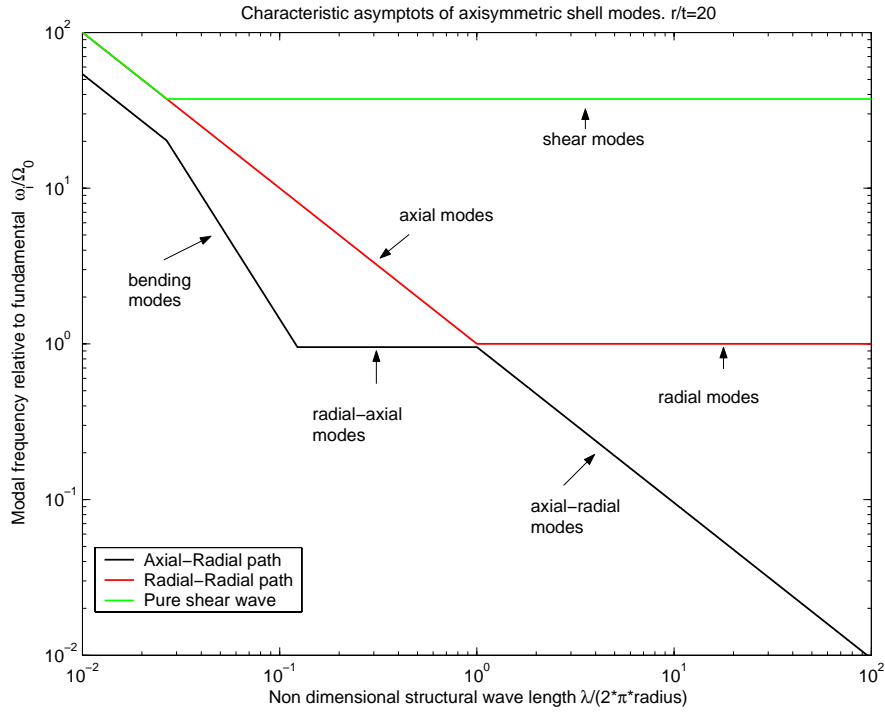
Skalmodellens giltighetsområde vad gäller övre gränsfrekvens bestäms alltså helt hållet av tillämpbarheten av Mindlins skalteori, detta om man väljer en relevant elementlängd.



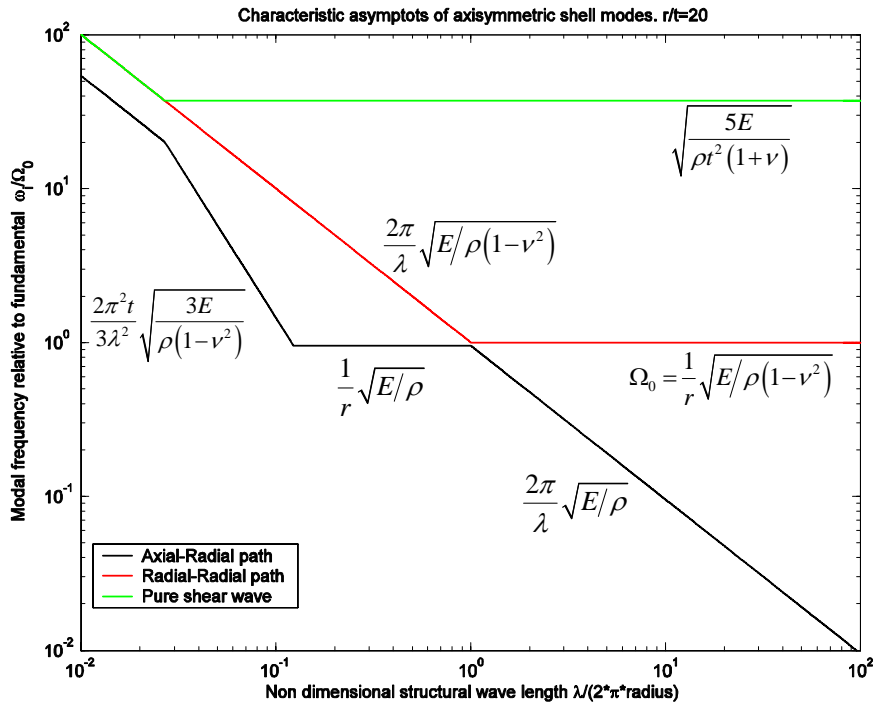
Figur B1.2 Verifierande test av skalmodell, lägre frekvenser



Figur B1.3 Verifierande test av skalmodell, höga frekvenser



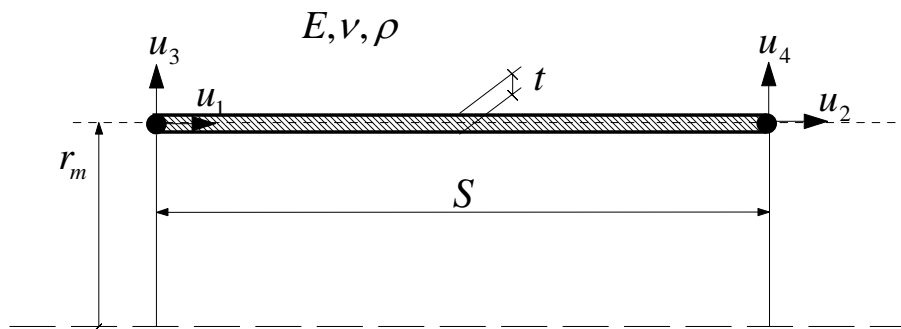
Figur B1.4. Karaktärisering av axisymmetriska skalmoder. Graferna beskriver de olika modtypernas asymptoter



Figur B1.5. Axisymmetriska modtyper relation mellan frekvens och våglängd.

B1.2 Axisymmetrisk membranmodell

I de flesta rörberäkningar ingår krökar och förgreningar. Att tillämpa en rörmodell där rörets egenskaper, förutom det axisymmetriska förskjutningsfältet/tryckfältet, beskrivs med balkteori innebär en begränsning vad gäller tillämpbart frekvensområde. Denna begränsning utgörs av balkteorins förmåga att beskriva korta våglängder samt begränsningen i att beskriva den inneslutna fluiden som en till strukturen adderad massbelastning i tvärriktningen. Dessa begränsningar motiverar en förenklad modell av rörets axiella-radiella egenskaper där endast rörväggens membranstyvhet ingår. Den modell som ges här är baserad på den skalmodell som diskuterats ovan men där rörväggens lokala böjrotationer försummas.



Figur B1.6 Definition av parametrar beskrivande en membranmodell av ett rörsegment

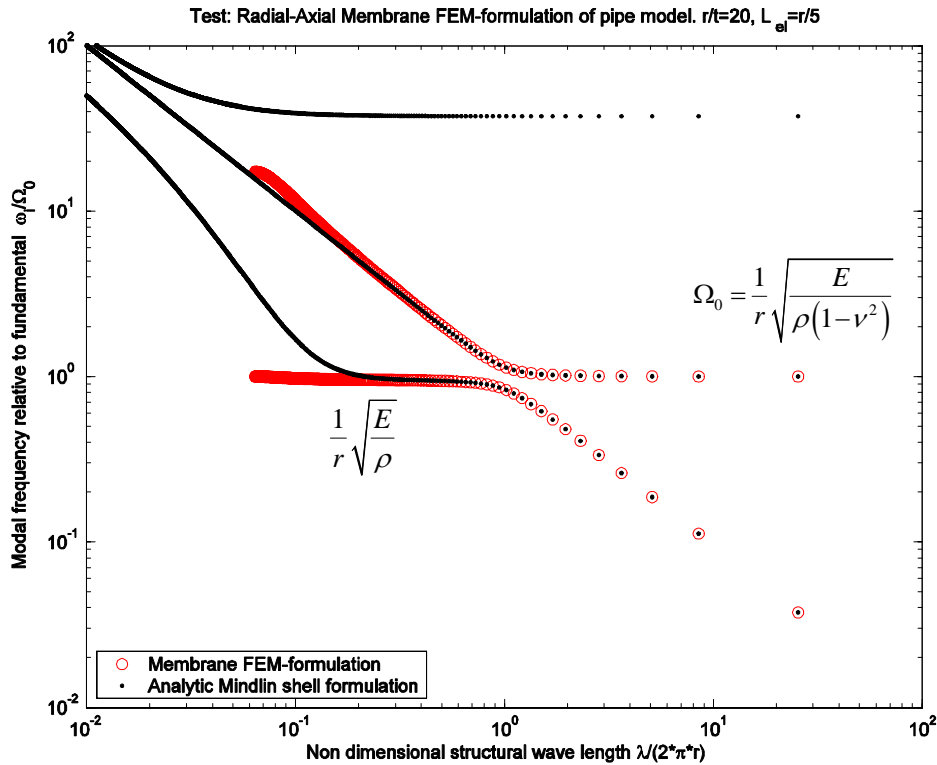
I uttrycken (B1-6) och (B1-7) redovisas styvhets- och massmatris för membranmodellen. Matriserna är integrerade på samma sätt som i skalmodellen.

$$[K_{ar}] = \frac{2\pi E t r_m}{(1-\nu^2)S} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -\nu S/2r_m & -\nu S/2r_m \\ -1 & 1 & \nu S/2r_m & \nu S/2r_m \\ -\nu S/2r_m & \nu S/2r_m & S^2/3r_m^2 & S^2/6r_m^2 \\ -\nu S/2r_m & \nu S/2r_m & S^2/6r_m^2 & S^2/3r_m^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B1-6})$$

$$[M_{ar}] = 2\pi \rho t r_m S \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 & 0 & 0 \\ 1/6 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/6 \\ 0 & 0 & 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (\text{B1-7})$$

På samma sätt som i skalmodellen har kopplingsmatriser integrerats vilka är konsistenta med den ansats på tryckstörningen som tillämpats i den akustiska modellen som ges i Bilaga 2.

$$[C_r] = \pi(2r_m - t)S \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1/3 & -1/6 \\ -1/6 & -1/3 \end{bmatrix} \quad [C_p] = \frac{\pi(2r - t)^2}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B1-8})$$



Figur B1.7 Verifierande test av membranmodell

I figuren B1.7 redovisas ett verifierande test där ett rörs egenfrekvenser beräknats och jämförts med Mindlins skalteori. Som förväntat förmår ej membranmodellen beskriva kortvågiga radiella moder i röret. Detta då dessa moders egenskaper domineras av skalets böjstyvhet, vilket saknas i membranformuleringen. Med hjälp av den översikt som ges i figurerna B1.4-5 kan en övre gränsfrekvens för membranmodellens giltighet identifieras vilken motsvarar frekvensen för sk rent radiella moder. Den nedre gränsen i våglängd för dessa moder är lika med omkretsen av rörets medelyta. Detta ger en övre gränsfrekvens för membranmodellen enligt (B1-9):

$$\Omega_{m-max} = \frac{1}{r_m} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (\text{B1-9})$$

B1.3 Balkmodell för rörets böj/skjuv- och torsionssvängningar

I syfte att beskriva ett rörs strukturegenskaper i tvärriktning och torsion har en balkformulering nyttjats. Balkformuleringen finns härledd och beskriven i detalj i referensen /B1-3/. Den balkformulering som tillämpats är baserad på en sk Timoshenko-teori, vilket innebär att hänsyn tas till balkens skjuvdeformation i tvärriktningen. Se /B1-4/ där sk skjuv-koefficienter härletts. Massmatrisen är konsistent med denna ansats. Vid en rörtillämpning ingår även den inneslutna fluidens massa som en del av masströgheten i tvärriktningen. Den del av massmatrisen som är att hänföra till rörväggs massa är helt konsistent med förskjutningsansatsen inklusive lokala böjrotationer. I den del av massmatrisen som är att hänföra till den inneslutna fluidens masströghet är inverkan från böjrotationer utesluten då denna masströghet ej kan påverka masströgheten i rörväggs längsriktning.

I figurerna B1.8 och B1.9 redovisas verifierande testberäkningar där balkmodellen jämförts med Mindlins skalteori. Två fall ges, det ena ett förhållandevis tunnväggigt rör, $r_m/t = 20$, och det andra ett tjockväggigt, $r_m/t = 5$. Av resultaten framgår att balkteori endast är tillämpbar för våglängder längre än rörets omkrets. Detta gäller alltså rör beskrivna med Timoshenko-teori. Rörmodeller där röret beskrivits enligt Bernoulli-Euler, dvs balkteori där inverkan från skjuvdeformation försumrats, har ett avsevärt mer begränsat tillämpningsområde.

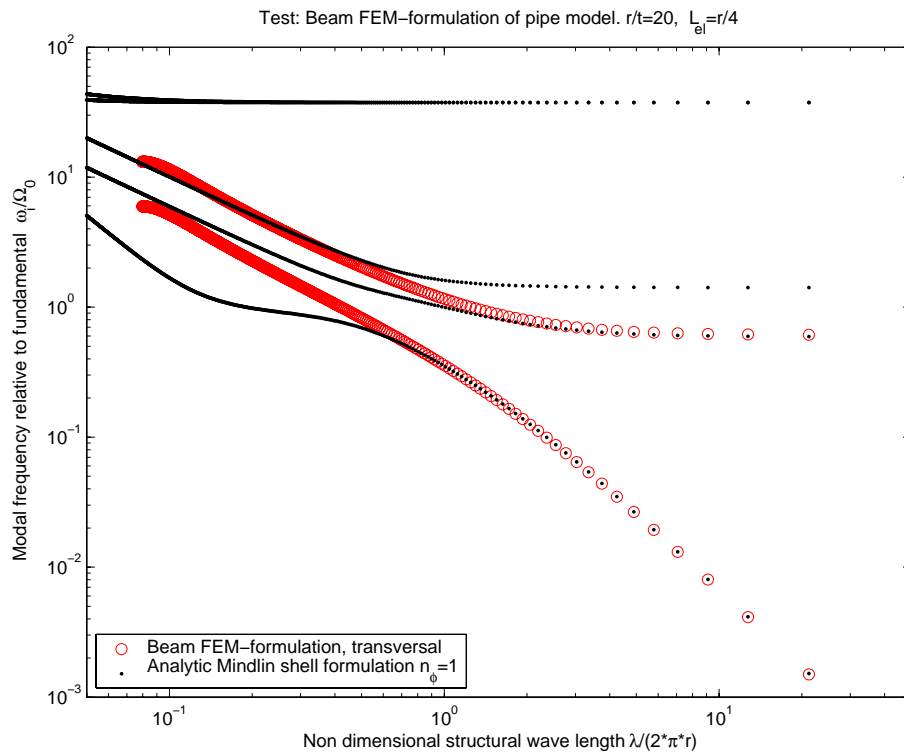
I figuren B1.10 redovisas en testberäkning av modellens torsionsvågor. Som framgår av resultatet finns ingen begränsning i tillämpningen av balkmodellen, annat än den valda elementindelningen.

Baserat på de iakttagelser som gjorts vad gäller Timoshenko-teorins tillämpningsområde kan en övre gränshfrekvens Ω_{b-max} härledas till uttrycket (B1-10). Uttrycket baseras på egenfrekvensen för böj/skjuvvågor med en våglängd lika med rörets medeldiameters omkrets.

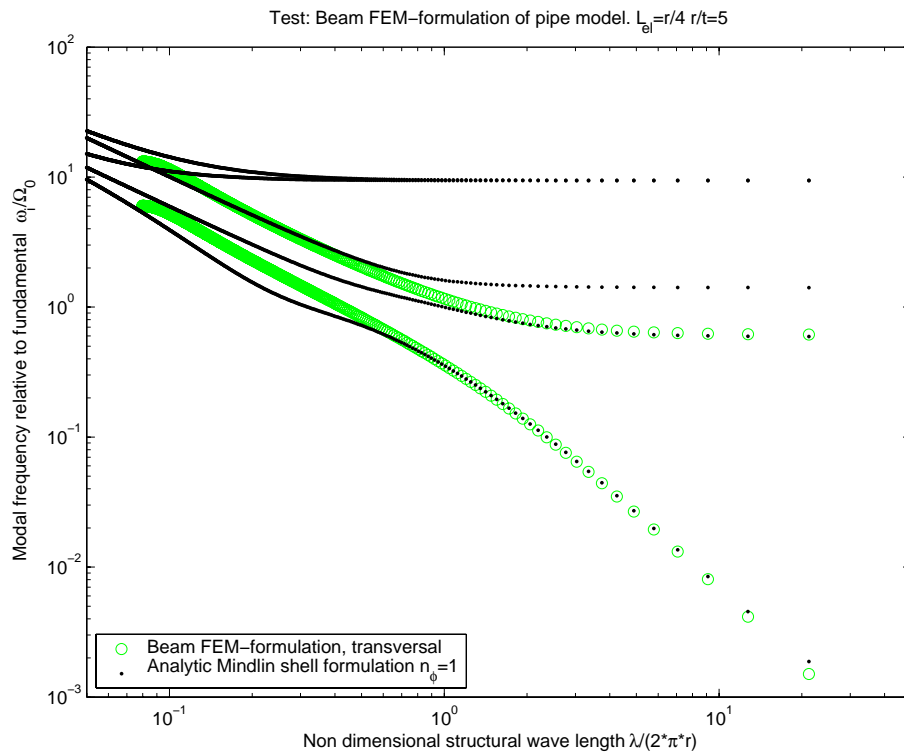
$$\Omega_{b-max} = \frac{1}{r_m} \sqrt{\frac{E}{3\rho(2+\nu)}} \quad (\text{B1-10})$$

Med utgångspunkt från denna övre gränshfrekvens kan även den kortaste impulstid bestämmas där balkmodellen förmår representera en rimlig fullständig respons. Denna impulstid kan motsvara exempelvis ventilstängningstiden. En pulsform som relativt varaktigheten har en låg övre gränshfrekvens, f_{ZPA} , är en sk Hanningpuls. Det är osannolikt att tänka sig ett verkligt förlopp med samma varaktighet som har en lägre gränshfrekvens. För Hanningpulsen kan f_{ZPA} approximativt sättas till $3/\tau$ där τ anger varaktigheten. Införs detta i uttrycket (B1-10) där f_{ZPA} sätts lika med Timoshenkobalkens övre gränshfrekvens kan kortast rimliga pulstid estimeras. Detta ger uttrycket (B1-11).

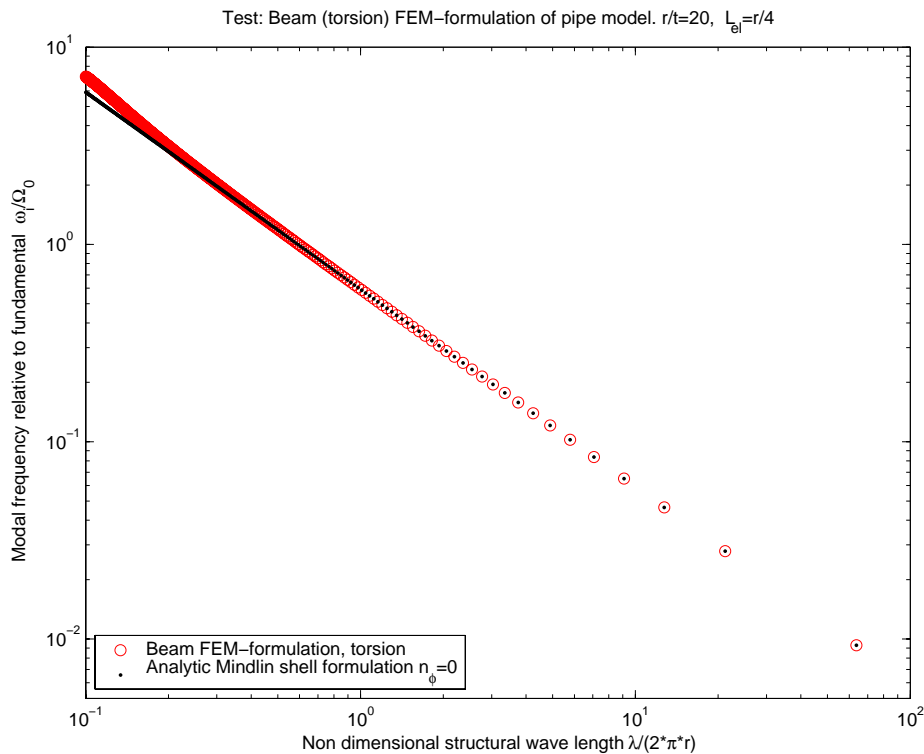
$$\begin{cases} f_{ZPA} = 3/\tau \\ f_{ZPA} \leq \Omega_{b-max}/2\pi \end{cases} \Rightarrow \tau \geq 6\pi r_m \sqrt{\frac{3\rho(2+\nu)}{E}} \quad (\text{B1-11})$$



Figur B1.8 Verifierande test av balkmodell, transversalvågor $r_m/t=20$



Figur B1.9 Verifierande test av balkmodell, transversalvågor $r_m/t=5$

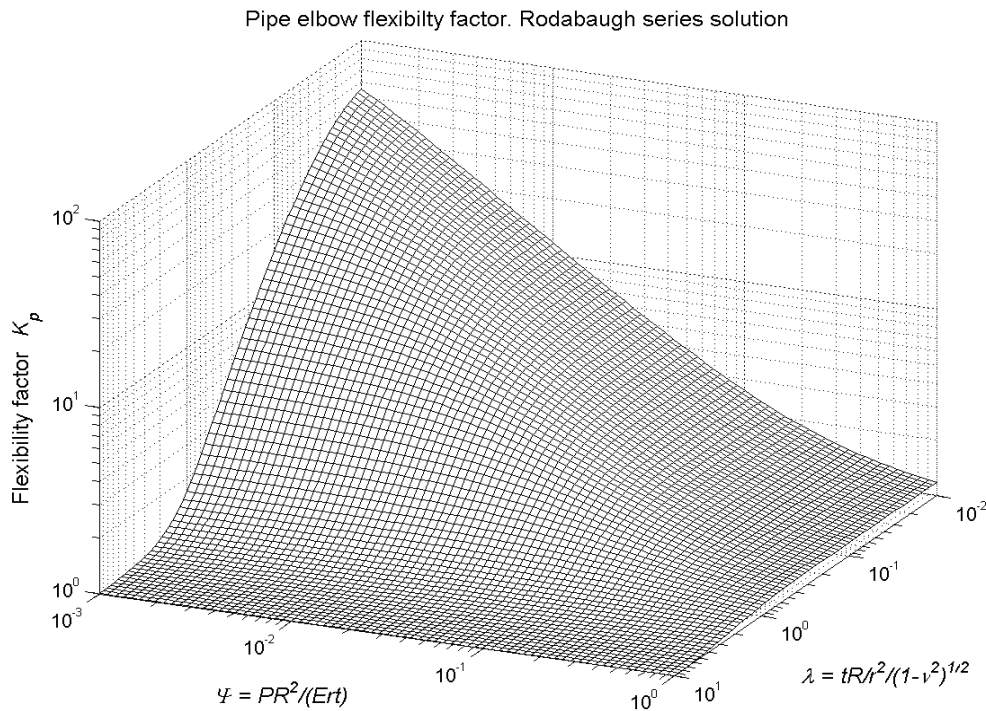


Figur B1.10 Verifierande test av balkmodell, torsionsvågor

B1.4 Avvikelse från balkteori för rörkrökar

Det är allmänt känt att böjstyvheten i rörkrökar är starkt beroende av väggjocklek, rörkrökens radie och tryckdifferensen över rörväggen. Detta relativt motsvarande statiska balkböjstyvhet för ett rakt rörsegment med samma dimension. Böjstyvheten för ett tvärsnitt i en rörkrök är generellt lägre än för motsvarande rakt rör. Skälet till detta är att tvärsnittet deformeras i kröken, främst genom sk ovalisering. Mycket forskningsarbete har lagts ned på att ta fram en sk flexibilitetsfaktor, K_p , vilken kvantifierar relationen böjstyvhet i rakt rör relativt fallet i en krök. På motsvarande sätt har arbeten gjorts i syfte att ta fram uttryck för det avvikande spänningstillståndet i en krök relativt det som uppträder i ett rakt rörsegment. I referens /B1-5/ ges en detaljerad sammanfattning av sådana arbeten. ASME-koden för nukleära anläggningar baseras direkt på förenklingar utgående från det som presenteras i /B1-5/. Se referens /B1-6/.

Den analytiska bakgrunden till den flexibilitetsfaktor som tillämpas i ASME-koden ges av Rodabugh & George i detalj i referens /B1-7/. Flexibilitetsfaktorn kan K_p påvisas vara beroende av två dimensionslösa tal, Ψ och λ , vilka ges av uttrycket (B1-11). Centrumlinjens krökningsradie i rörkröken ges av parametern R och det inre övertrycket ges av parametern ΔP .



Figur B1.11 Flexibilitetsfaktorn baserad på en analytisk serielösning enligt referens /B1-7/

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = \frac{t \cdot R}{r_m^2 \sqrt{1 - \nu^2}} \\ \Psi = \frac{\Delta P \cdot R^2}{E r_m t} \end{array} \right. \quad \text{styrande parametrar för en rörkröks flexibilitet} \quad (\text{B1-11})$$

Den flexibilitetsfaktor som ges i ASME-koden baseras på förenklade samband utgående från parametrarna givna av (B1-11). Den implementering som införts i rörelementet i detta arbete innehåller dock den fullständiga lösningen enligt Rodabaugh & George. I figuren B1.11 ges grafiskt flexibilitetsfaktorn K_p som funktion av Ψ och λ .

Det bör noteras att flexibilitetsfaktorn är ett mått på reduktionen av den statiska styvheten i en krök. Skälet till denna flexibilitetsökning är som nämnts deformation av rörtvärsnittet vid böjbelastning. En böjbelastning initierar alltså olika former av skaldeformation i kröken. Associerad till denna skaldeformation finns i realiteten motsvarande masströghet både från skalväggen och från innesluten fluid i anslutning till kröken. Man kan förvänta sig att lokala skalmoder exciteras via böjbelastningen med gradvis ökande påverkan på böjstyvheten i kröken med ökande frekvens. Här har endast en korrektion av den statiska styvheten införts genom flexibilitetsfaktorn och dessa dynamiska effekter har alltså försumrats.

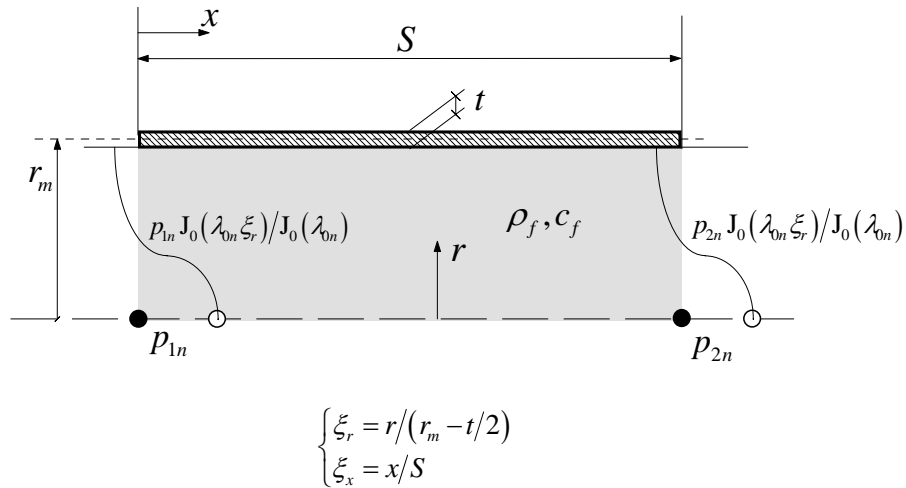
B1.5 Referenser

- /B1-1/ Cook R. D. et al
Concepts and Applications of Finite Element Analysis
John Wiley & Sons, 1989, Chapter 12.4
- /B1-2/ Soedel W.
Vibrations of Shells and Plates
Marcel Dekker, Inc. 1981, Chapter 12
- /B1-3/ Przemieniecki J. S.
Theory of Matrix Structural Analysis
McGraw-Hill, 1968, Chapter 5.6 & 11.5
- /B1-4/ Cowper G. R.,
The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory.
ASME, Journal of Applied Mechanics, 33, p 335-340, 1966
- /B1-5/ Dodge W. G. & Moore S. E.
Stress Indices and Flexibility Factors for Moment Loadings and Curved Pipes
WRC Bulletin 179, 1972
- /B1-6/ ASME Section III Division 1, Article NB 3000 / NC 3000
NB-3650, Analysis of Piping Products (class 1)
NC-3650, Analysis of Piping Products (class 2)
- /B1-7/ Rodabaugh E. C. & George H. H.
Effect of Internal Pressure on Flexibility and Stress Intensification Factors of Curved
Pipe or Welding Elbows.
Trans. ASME, vol. 79, 1957, pp. 939-948

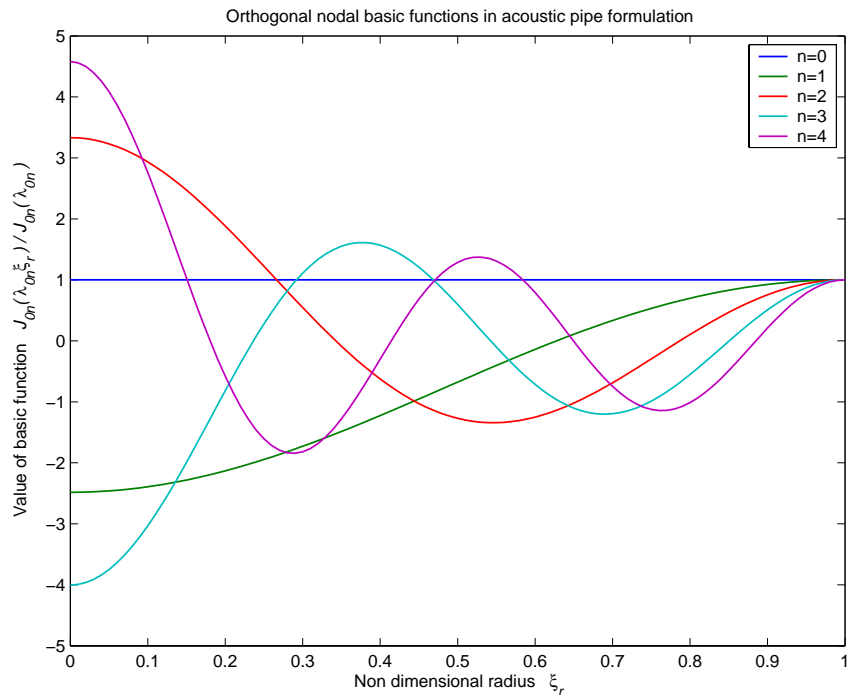
BILAGA 2 – AKUSTISK FLUIDMODELL

B2.1 Axisymmetrisk modell

En akustisk fluidmodell som konsistent med den axisymmetriska strukturmodellen av röret har härletts. I figuren B2.1 ges de material- och geometriparametrar som beskriver modellen.



Figur B2.1 Parametrar beskrivande FEM-formulering av radiell/axiell tryckfördelning i ett cirkulärt rör.



FigurB2.2 Funktionsansats för ytortogonala tryckfrihetsgrader.

En formulering har härletts där avsikten varit att så effektivt som möjligt beskriva tryckstörningen i en godtycklig punkt i fluidvolymen i röret men endast nyttja nodkoordinater längs med rörets centrumlinje dvs de noder som för övrigt används för strukturmodellen.

Den metod som valts möjliggör att med godtycklig noggrannhet upplösa den axisymmetriska tryckstörningen i röret. Detta kan göras genom valet av antalet lokala tryckfrihetsgrader i varje ände i varje rörelement utan att antalet noder ändras.

Längs med röret nyttjas en linjär ansats kompatibel med förskjutningsformuleringen i rörväggen.

Den implementering som gjorts kan hantera ett rörelement med linjärt varierande radie. Här ges härledning för ett rörelement med konstant radie.

Den akustiska tryckstörningens variation i radiell riktning beskrivs via ytortogonala Besselfunktioner $J_{0n}(\lambda_{0n}\xi_r)$ varav den med lägst ordning, $n=0$, motsvarar ett konstant tryck över ett givet rörtvärsnitt, dvs plan vågutbredning. Se referens /B2-1/ angående definitionen av Besselfunktioner. I uttrycken (B2-1a-d) nedan ges ansatsen för tryckets beroende längs med rörelementets längskoordinat ξ_x och dess lokala radiella koordinat ξ_r , detta för ett givet radiellt vågtal n . Se figuren B2.2 beträffande funktionsansatsen i radiell riktning. Nodfrihetsgraderna p_{1n} och p_{2n} är valda så att de anger trycket på rörskalets insida för ett givet vågtal. Antalet lokala tryckfrihetsgrader i varje nod längs med röret bestäms genom valet av den upplösning som krävs för att lösa det aktuella problemet. Hur ett sådant val skall göras diskuteras nedan.

$$P_n(\xi_r, \xi_x) = \left\{ \begin{array}{c} (1-\xi_x) \cdot J_0(\lambda_{0n}\xi_r)/J_0(\lambda_{0n}) \\ \xi_x \cdot J_0(\lambda_{0n}\xi_r)/J_0(\lambda_{0n}) \end{array} \right\}^T \left\{ \begin{array}{c} p_{1n} \\ p_{2n} \end{array} \right\} \quad \text{ansats tryckfördelning} \quad (\text{B2-1a})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_r = r/(r_m - t/2) \\ \xi_x = x/S \end{array} \right. \quad \text{lokala elementkoordinater} \quad (\text{B2-1b})$$

$$J'_0(\lambda_{0n}) = 0 \quad ; \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad \text{lösningen av } \lambda_{0n} \quad (\text{B2-1c})$$

$$\int_{\xi_r=0}^1 \int_{\xi_x=0}^1 P_n(\xi_r, \xi_x) \cdot P_m(\xi_r, \xi_x) d\xi_x d\xi_r = 0; \quad m \neq n \quad \text{ortogonalitet} \quad (\text{B2-1d})$$

Baserat på ansatsen om tryckvariationen kan en akustisk mass- och styvhetsmatris för ett rörelement integreras. Denna integration kan göras exakt rent analytiskt. För varje vågtal n erhålls en styvhetsmatris medan massmatrisen blir oberoende av vågtalet. I uttrycket (B2-2) nedan ges explicit mass- och styvhetsmatris.

$$\left\{ \begin{array}{l} [K_f^n] = [K_{fs}] + [K_{fr}^n] = \frac{\pi(2r_m - t)^2}{4S\rho_f} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{\pi S \lambda_{0n}^2}{\rho_f} \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \\ [M_f^n] = [M_f^0] = \frac{\pi(r_m - t/2)^2}{\rho_f c_f^2} \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (\text{B2-2})$$

Av uttrycket (B2-1d) ovan framgår att valet av formulering baserad på ytortogonala funktioner i radiell riktning medför ett antal okopplade systemekvationer, lika många som antalet radiella vågtal, dvs $Nn + 1$. Talet $Nn = n$ anger alltså det maximala vågtalet som valts i ansatsen för tryckfördelningen. De akustiska elementmatriserna får då det utseende som ges av uttrycket (B2-3) nedan. Egenskapen att systemmatriserna för tryckvariablerna för varje vågtal n är okopplade andra vågtal är viktig när man betraktar det strukturkopplade problemet.

$$K_f = \begin{bmatrix} K_f^{n=0} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_f^{n=1} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & K_f^{n=Nn} \end{bmatrix} \quad M_f = \begin{bmatrix} M_f^0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_f^0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & M_f^0 \end{bmatrix} \quad (\text{B2-3})$$

Det lämpliga valet av antalet lokala frihetsgrader $Nn + 1$ kan direkt härledas till den övre gränshfrekvens som ges av excitationens tidsförlopp. Till varje vågtal n finns associerat en lösning λ_{0n} till ekvationen (B2-1c), vilken beskriver den normerade fundamentala egenfrekvensen för samma vågtal. Relationen mellan λ_{0n} och den fundamentala egenfrekvensen Ω_{0n} för aktuell geometri och ljudhastighet c_f ges av formeln (B2-4). Det skall noteras att egenfrekvensen Ω_{0n} gäller fallet oändlig våglängd längs med röret.

$$\Omega_{0n} = \frac{c_f \lambda_{0n}}{r_m - t/2} \quad \text{den fundamentala radiella egenfrekvensen} \quad (\text{B2-4})$$

Vi utgår från att excitationens övre gränshfrekvens är given. Denna kan bestämmas genom att den sk ZPA-frekvensen identifierats i excitationssignalen via ett sk pseudoaccelerationsspektrum. För vågtal $n > Nn$ vars fundamentala egenfrekvens Ω_{0n} överstiger ZPA-frekvensen är respon-sen kvasistatisk. Detta innebär att inverkan av den akustiska massmatrisen $[M_f^n]$ är försumbar för dessa vågtal. Ett annat sätt att uttrycka det är att denna del av lösningen motsvarar den del av den totala lösningen som är att hänföra till ett rent inkompressibelt uppförande i fluiden.

Det rationella sättet att hantera den inkompressibla delen av lösningen är att införa en till struktu-ren adderad fluidmassa vilken är baserad alla vågtal $n > Nn$. Principen för hur detta görs på sy-stemnivå finns beskriven i avsnittet 4.1.1.

Betraktar man uttrycket för den vågtalsberoende elementstyvhetmatrisen $[K_f^n]$ kan man kon-statera att termen $[K_{fr}^n]$ dominerar vid ökande vågtal n . Redan vid mycket låga vågtal är termen $[K_{fs}^n]$ försumbar. Matrisen $[K_{fr}^n]$ har en mycket speciell egenskap vilken medför att den adde-rade fluidmassan kan bildas utan approximation redan på elementnivå och införas som en extra massegenskap direkt i strukturmodellen av röret. Att detta är möjlig beror på kombinationen av valet av formulering med ytortogonala tryckfrihetsgrader och på relationen mellan diagonalele-ment och kopplingselement i $[K_{fr}^n]$.

Den till strukturen adderade elementmassmatrisen $[M_{Res}^{Nn}]$ kan alltså formuleras som en oändlig summa associerad till alla vågtal $n > Nn$.

$$[M_{Res}^{Nn}] = [C_r] \left(\sum_{n=Nn+1}^{\infty} [K_{fs} + K_{fr}^n]^{-1} \right) [C_r]^T \quad (\text{B2-5})$$

Ovanstående summation kan utföras med godtycklig och kontrollerad noggrannhet. Den asymptotiska lösningen av λ_{0n} i ekvationen (B2-1c) ges av uttrycket (B2-6) nedan.

$$\lambda_{0n} \approx \pi(n+1/4) \quad ; \quad n \geq N_1 \quad (\text{B2-6})$$

Genom att dela upp summan enligt (B2-5) i två termer, varav en restterm representerar den del där den asymptotiska lösningen är tillräckligt god, kan den adderade fluidmassan direkt beräknas såsom ges av uttrycken (B2-7a-c) nedan. Funktionen $\Psi(z)$ kallas *Digamma-funktionen*. Se referens /B2-1/ vad gäller funktionens definition.

$$[M_{Res}^{Nn}] \approx [C_r] \left(\sum_{n=Nn+1}^{N_1-1} [K_{fs} + K_{fr}^n]^{-1} \right) [C_r]^T + [C_r] \left[\begin{array}{c|c} A_1 & A_2 \\ \hline A_2 & A_1 \end{array} \right] [C_r]^T \quad (\text{B2-7a})$$

$$\begin{cases} A_1 = \frac{\sqrt{3} \rho_f i}{12\pi^3 S (r_m - t/2)} \left((\Psi(z) - \Psi(z^*)) 3\pi S - i \Psi'(N_1 + 1/4) 4\sqrt{3} R \right) \\ A_2 = \frac{\sqrt{3} \rho_f i}{12\pi^3 S (r_m - t/2)} \left((\Psi(z^*) - \Psi(z)) 3\pi S - i \Psi'(N_1 + 1/4) 4\sqrt{3} R \right) \end{cases} \quad (\text{B2-7b})$$

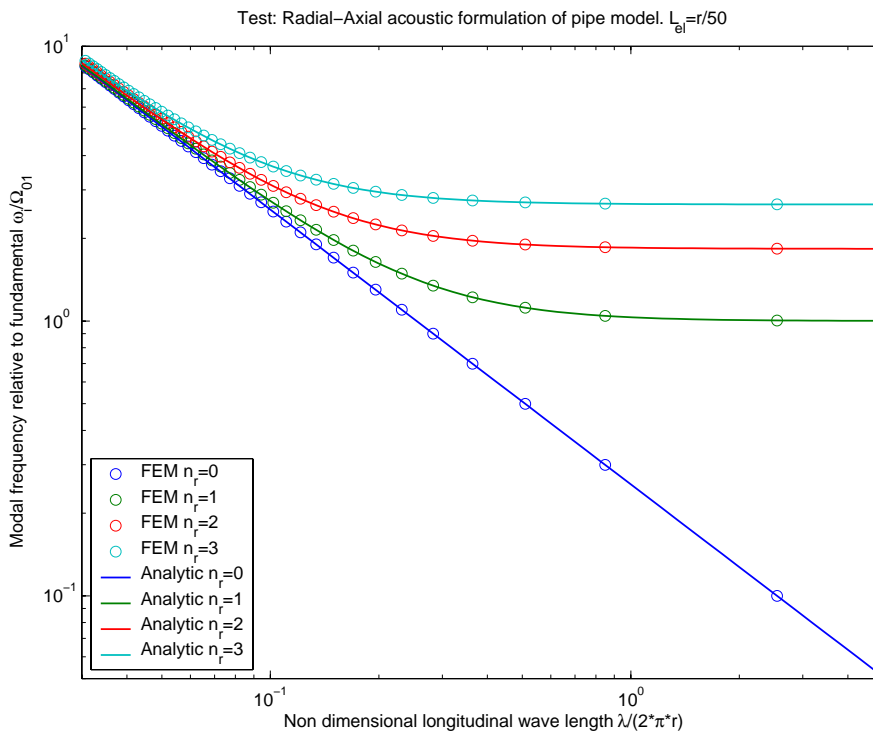
$$\begin{cases} z = \frac{\pi S (4N_1 + 1) - \sqrt{3} 8i (r_m - t/2)}{4\pi S} \\ \Psi'(z) = \frac{d}{dz} \Psi(z) \end{cases} \quad (\text{B2-7c})$$

Det oftast förekommande fallet vid praktisk tillämpning är beräkningen av transienter i slanka rör med krökar och förgreningar. Vanligen nyttjas balkmodeller för beskrivning av rörets egenskaper i tvärriktning och torsion i sådana fall. Det som begränsar frekvensområdet vid en sådan modellidealiserings är tillämpningen av balkmodellen. Denna begränsning medför att det endast är meningsfullt att beskriva fluiden med akustiska frihetsgrader associerade till vågtalet $n=0$, övriga egenskaper överförs till adderade massegenskaper applicerade på strukturen. En asymptotisk exakt lösning av den adderade massmatrisen, enligt uttrycket (B2-5), vid ökande elementlängd S relativt medelradien r_m blir då enligt uttrycket (B2-8). Vi väljer här att beskriva den adderade matrisen utgående från kopplingsmatrisen $[C_r]$ associerad till membranmodellen såsom ges i uttrycket (B1-8).

$$[M_{Res}^0(S \square r_m)] = [C_r] \left(\sum_{n=1}^{\infty} [K_{fs} + K_{fr}^n]^{-1} \right) [C_r]^T = \frac{\rho_f \pi S (r_m - t/2)^2}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 1/6 \\ 0 & 0 & 1/6 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (\text{B2-8})$$

Som framgår ovan blir den adderade fluidmassan motsvarande halva den inneslutna fluidens massa och då kopplad endast till radiella frihetsgrader i röret.

I figuren B2.3 redovisas ett verifierande testexempel där egenfrekvenser beräknats och jämförts med analytisk lösning enligt referens /B2-2/. Vad gäller den implementerade modellen av det axisymmetriska tryckfältet finns ingen principiell begränsning av modellens giltighets övre gränshänsyn, inte annat än i det val av högsta vågtal som nyttjas i beskrivningen av lokala nod-frihetsgrader.



Figur B2.3 Verifierande test av akustisk modell.

B2.2 Akustisk modell för delen av tryckfältet avvikande från axisymmetri

I princip kan ett generellt tryckfält beskrivas i röret genom att tillämpa lokala frihetsgrader vilka är associerade till andra vågtal än $k=0$ i vinkelled, dvs baserade på Besselfunktioner av andra ordningar $J_{kn}(\lambda_{kn}\xi_r)$. Matriser representerande sådana tryckfält kan härledas och integreras på exakt samma sätt som beskrivits ovan för fallet axisymmetri.

Valet av strukturmodell i detta arbete har baserats på Timoshenko balkteori för strukturegenska- per i tvärriktningen av röret. Detta motsvarar fallet $J_{1n}(\lambda_{1n}\xi_r)$ vad gäller tryckfältet. Egenfre- kvensen för en given longitudinell våglängd λ ges av uttrycket (B2-9).

$$\omega_{1n}(\lambda) = c_f \sqrt{\frac{\lambda_{1n}^2}{(r_m - t/2)^2} + \frac{4\pi^2}{\lambda^2}} \quad ; \quad \lambda_{1n} \approx 1.8412 \quad (\text{B2-9})$$

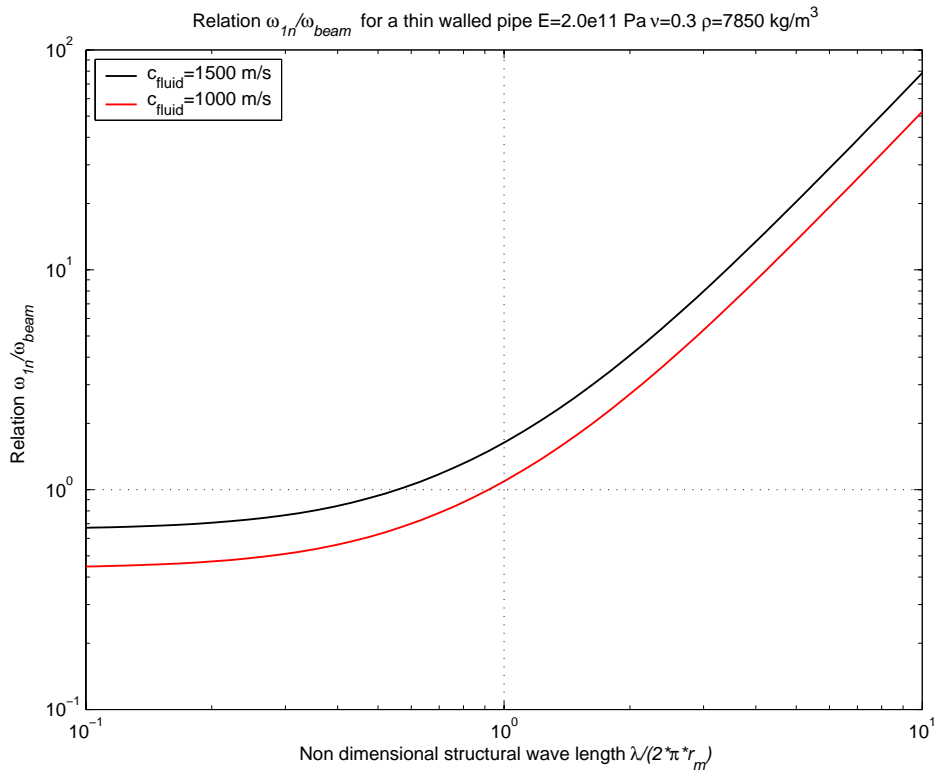
Motsvarande uttryck för transversella balksvängningar baserad på Timoshenko balkteori ges av uttrycket (B2-10).

$$\omega_{beam}(\lambda) = \frac{r_m \pi^2}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{\rho(\lambda^2 + r_m^2 \pi^2 (8 + 6\nu))}} \quad (\text{B2-10})$$

Genom att bilda kvoten $\omega_{1n}/\omega_{beam}$ kan ett det frekvensområde identifieras där en inkompressibel modell av fluiden är tillräcklig. Så länge den akustiska egenfrekvensen för samma longitudinella våglängd väl överstiger egenfrekvensen för balksvängningen upplever balken fluiden som en adderad masströghet.

I figuren B2.4 ges relationen $\omega_{1n}/\omega_{beam}$ för ett tunnväggigt rör, dvs vägg tjockleken försummas i uttrycket (B2-9). Som diskuterats i avsnittet B1.3 är balkbeskrivningens övre gränsfrekvens kopplad till en longitudinell våglängd lika med medelytans omkrets. Vid kortare böj/skjuv- våglängder är balkmodellens tillämpbarhet tveksam. Betraktar man längre våglängder än denna gräns framgår av figuren B2.4 att den akustiska egenfrekvensen är högre än motsvarande struk- turella egenfrekvens, detta för tillämpningar med vatten i röret.

Den adderade masströgheten i tvärriktningen kan härledas till hela den inneslutna fluidens mas- sa. Denna massa kan adderas till rörets strukturmassa direkt på elementnivå och då endast till de balkfrihetsgrader vilka verkar tvärs röret. Detta diskuteras i avsnitt B1.3.



Figur B2.4 Relationen $\omega_{1n}/\omega_{beam}$ för ett tunnväggigt rör

B2.2.1 Krökars inverkan på ljudfältet

Förutom kopplingen mellan ett rörs rörelser i tvärriktning påverkar existensen av rörkrökar det akustiska tryckfältet. På grund av rörets krökning skapas ett akustiskt tryckfält initierat i anslutning till kröken vilket avviker från axisymmetri, detta även om excitationen utgörs av en plan våg. Denna problematik diskuteras i detalj matematiskt i referens /B2-3/. En för denna rörtillämpning väsentlig slutsats är den begränsning som denna effekt har på den valda modellidealiseringsen. Enligt referens /B2-3/ kan en gränshänsyn identifieras under vilken krökningens effekt är försumbar. Under frekvensen $\omega_{1n}(\lambda \rightarrow \infty)/2$, dvs halva frekvensen för första akustiska tvärmoden, kan inverkan från kröken försummas. Frekvensen $\omega_{1n}(\lambda \rightarrow \infty)$ ges av uttrycket (B2-9).

Inverkan på tryckfältet från den krökta geometrin är alltså intimt förknippad med den inverkan som fås av rörelser i tvärriktningen av röret. Gränshänsynen för när dessa effekter övergår till att ej vara försumbara bestäms av när ljudfältet ej längre kan beskrivas som ett akustiskt närfält dominerat av fluidens masströghet.

Slutsatsen är alltså att krökars inverkan på tryckfältet ej innebär någon ytterliggare begränsning av modellidealiseringsens giltighetsområde än den som ges av balkmodellens tillämpbarhet. Detta då begränsningen i bägge fallen är att härleda till samma fundamentala akustiska egenfrekvens i den inneslutna fluiden.

B2.3 Referenser

- /B2-1/ Abramovitz M. & Stegun I. E.
Handbook of Mathematical Functions
National Bureau of Standards, 1972
- /B2-2/ Blevins R. D.
Formulas for Natural Frequency and Mode Shape
Krieger Publishing Company, 1995, Table 13-2.
- /B2-3/ Firth D. & Fahy F.J.
Acoustic Characteristics of Circular Bends in Pipes
Journal of Sound and Vibration, 1984 vol 97(2), 287-303

BILAGA 3 – KOPPLAD MODELL PÅ ELEMENTNIVÅ

Den elementformulering som valts innebär att struktur-fluidkopplingen på elementnivå endast berör de strukturfrihetsgrader som beskriver rörets axiella och radiella rörelse. Elementmatriser som inkluderar kopplingen fullständigt kan alltså skapas på elementnivå genom att tillämpa den systemekvation som ges i kapitel 4 och de elementmatriser som ges i bilagorna 1 och 2.

I praktiska problem där krökar och förgreningar ingår tillkommer en form av struktur-fluidkoppling förutom den som diskuterats ovan. Denna koppling är orsakad av att röret ändrar riktning i krökarna och att rör avslutas i förgreningar. Denna typ av koppling är dock av den typen att den omhändertas av den koordinattransformation som ges av assembleringen på systemnivå. Genom denna transformation kopplas rörets frihetsgrader i axiell och radiell riktning till balkbeskrivningens rotations- och translationsfrihetsgrader tvärs röret.

Med de beteckningar som tillämpats i bilagorna 1 och 2 ges den kopplade modellen för den axi-symmetriska delen av problemet av matriserna enligt (B3-1) och (B3-2) nedan. Notera här att den akustiska modellen här ges med godtyckligt antal frihetsgrader i varje nod. Dessa frihetsgrader är associerade till vågtalet n . På detta sätt kan upplösningen av tryckstörningens variation i radiell riktning väljas godtyckligt. Den inkompressibla delen av det akustiska tryckfältet omhändertas av den adderade massmatrisen $[M_{Res}^{Nn}]$ såsom beskrivits med ekvationerna (B2-5)-(B2-7).

$$K_{Ax} = \begin{bmatrix} K_{ar} & C_r + C_p & C_r & \cdots & C_r \\ 0 & K_f^{n=0} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & K_f^{n=1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & K_f^{n=Nn} \end{bmatrix} \quad (\text{B3-1})$$

$$M_{Ax} = \begin{bmatrix} M_{ar} + M_{Res}^{Nn+1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -C_r^T - C_p^T & M_f^0 & 0 & \cdots & 0 \\ -C_r^T & 0 & M_f^0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_r^T & 0 & 0 & \cdots & M_f^0 \end{bmatrix} \quad (\text{B3-2})$$

B3.1 Modellreduktion tillämpbar för praktiska tillämpningar

I de praktiska tillämpningar där rörets balkegenskaper också ingår är det ej meningsfullt att nyttja annat än en membranformulering av rörets axiella/radiella egenskaper. Balkmodellens begränsning, vad gäller övre gränsfrekvens, medför även att det är fullt tillräckligt att endast nyttja vågtalet $n=0$ för det akustiska elementet. För övriga vågtal, $n>0$, bildas en adderas massmatris, på det sätt som ges av ekvationen (B2-8). En elementmodell av innesluten fluid kopplad till rörets axisymmetriska axiella/radiella styvhet som är lämplig för praktiska rörapplikationer kan alltså beskrivas med endast sex frihetsgrader, fyra för strukturen och två för fluiden. Elementmatriserna för en sådan applikation får då utseendet enligt (B3-3) nedan.

$$K_{Ax} = \left[\begin{array}{c|c} K_{ar} & C_r + C_p \\ \hline 0 & K_f^{n=0} \end{array} \right] \quad ; \quad M_{Ax} = \left[\begin{array}{c|c} M_{ar} + M_{Res}^1 & 0 \\ \hline -C_r^T - C_p^T & M_f^0 \end{array} \right] \quad (\text{B3-3})$$

Den övre gränshfrekvensen för elementformulering som ges av (B3-3) kan konstateras vara den som ges av frekvensen för radiella membran-/skalmoder. Denna gränshfrekvens ges av uttrycket (B1-9). För moder under denna frekvens är töjningen i omkretsled ett resultat av tvärkontraktionens inverkan från rörets axiella töjning. Motivet för valet av idealisering enligt (B3-3) är som diskuterats ovan den övre gränshfrekvensen för balkmodellens tillämpbarhet, se uttrycket (B1-10). Denna frekvens ligger väl under membranmodellens övre gränshfrekvens. Mot bakgrund av detta kan en approximation införas där rörväggens radiella styvhet reduceras redan på elementnivå med sk statisk kondensation. Det skall här noteras att den statistiska kondensationen utförs med utgångspunkt från den kopplade styvhetsmatrisen som ges av uttrycket (B3-3). Den statistiska kondensationen kan beskrivas genom transformationsmatrisen $[T]$. De reducerade radiella frihetsgraderna betecknas med ett övre index r i den partitionerade elementstyvhetsmatrisen som ges i (B3-4) nedan. De axiella frihetsgraderna ges av ett övre index a .

$$T = \left[\begin{array}{c|c} 1 & 0 \\ \hline -[K_{ar}^r][K_{ar}^r]^{-1} & -[C_p^r][K_{ar}^r]^{-1} \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right] \quad K_{Ax} = \left[\begin{array}{c|c|c} K_{ar}^a & K_{ar}^r & C_p^a \\ \hline K_{ar}^r & K_{ar}^r & C_p^r \\ \hline 0 & 0 & K_f^{n=0} \end{array} \right] \quad (\text{B3-4})$$

Den statistiska reduktionen av elementmatriserna och kopplingsmatrisen utförs med hjälp av transformationen $[T]$ enligt (B3-5).

$$K_{Ax}^* = [T]^T [K_{Ax}] [T] \quad ; \quad M_{Ax}^* = [T]^T [M_{Ax}] [T] \quad ; \quad C_{Ax}^* = [T]^T [C_p + C_r] \quad (\text{B3-5})$$

Med denna reduktion införd erhålls en elementmatris med endast fyra frihetsgrader, en axiell strukturfrihetsgrad och en akustisk frihetsgrad i varje nod. Genom att enbart betrakta den del av de reducerade elementmatriserna som representerar de akustiska frihetsgraderna kan en modifierad ljudhastighet c_{fe} identifieras, se uttrycket (B3-6). Denna kan härledas genom att identifiera egenvärdena för den akustiska delen av de reducerade elementmatriserna och jämföra med egenvärdena för samma del av de icke reducerade. Denna modifierade ljudhastighet är en motsvarighet till den ljudhastighet som ges av Joukowsky där hänsyn tas till rörväggens elasticitet, uttryck (B3-7), se referens /B3-1/.

$$c_{fe} = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{2r_m \rho_f c^2 (1-\nu^2)}{Et} + \frac{c^2 r_m^3 \rho_f (1-\nu)^2 (1+\nu)^2 (4t\rho + r_m \rho_f)}{2E^2 t^2}}} \quad (\text{B3-6})$$

$$c_{Joukowsky} = \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{2r_m \rho_f c^2}{Et}}} \quad (\text{B3-7})$$

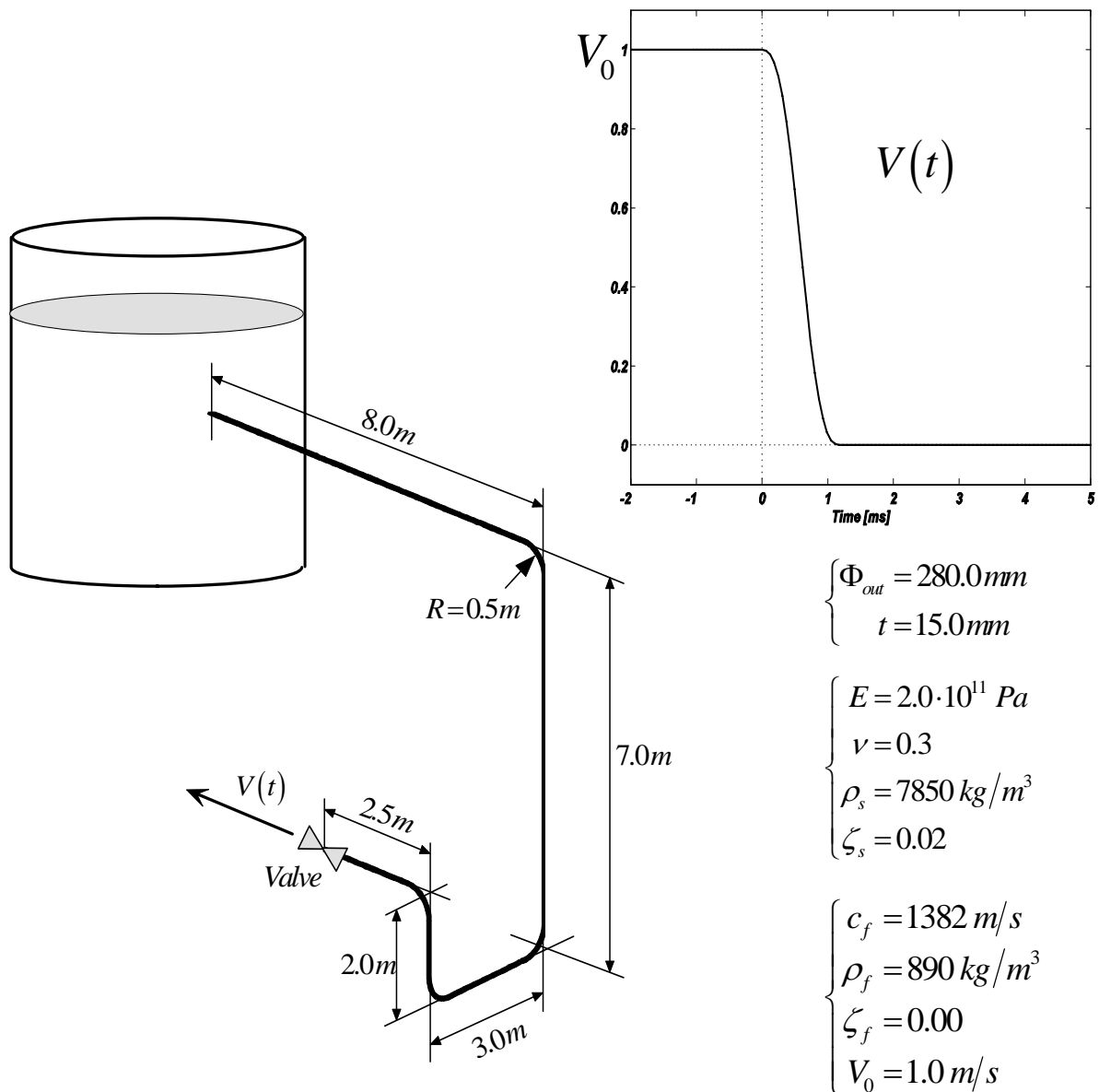
Det något mer komplicerade uttrycket, vilket baseras på de reducerade elementmatriserna, har sin grund i tre fundamentala skillnader i bakomliggande antaganden. Den andra termen under rottecknet i (B3-6) är identisk med den som ges av Joukowsky sånär som på faktorn $(1-\nu^2)$ som står för inverkan från tvärkontraktionen. I Joukowskys ansats förutsätts ett rör som är spänningsfritt i axiell rikning. Här ingår dock det axiella spänningstillståndet i formuleringen. Det faktum att de axiella frihetsgraderna är aktiva i den reducerade elementmatrisen medför att faktorn $(1-\nu^2)$ är helt konsistent med ansatsen. Någon motsvarighet till den sista termen under rottecknet finns ej i Joukowskys formel. Skälet till detta är att i Joukowskys ansats bygger på att rörväggens massa försummas och likaså försummas inverkan från den inkompressibla delen av fluidens akustiska fält. Senare utvidgningar av teorin av Joukowsky påvisar även de skillnader som noterats här, se referens /B3-2/.

Kombineras nu de reducerade elementmatriserna med de elementmatriser som representerar rörets övriga balkfrihetsgrader erhålls en komplett rörmodell bestående av totalt 7 st frihetsgrader i varje nod, 6 strukturfrihetsgrader och en akustisk frihetsgrad vilken beskriver plan våg.

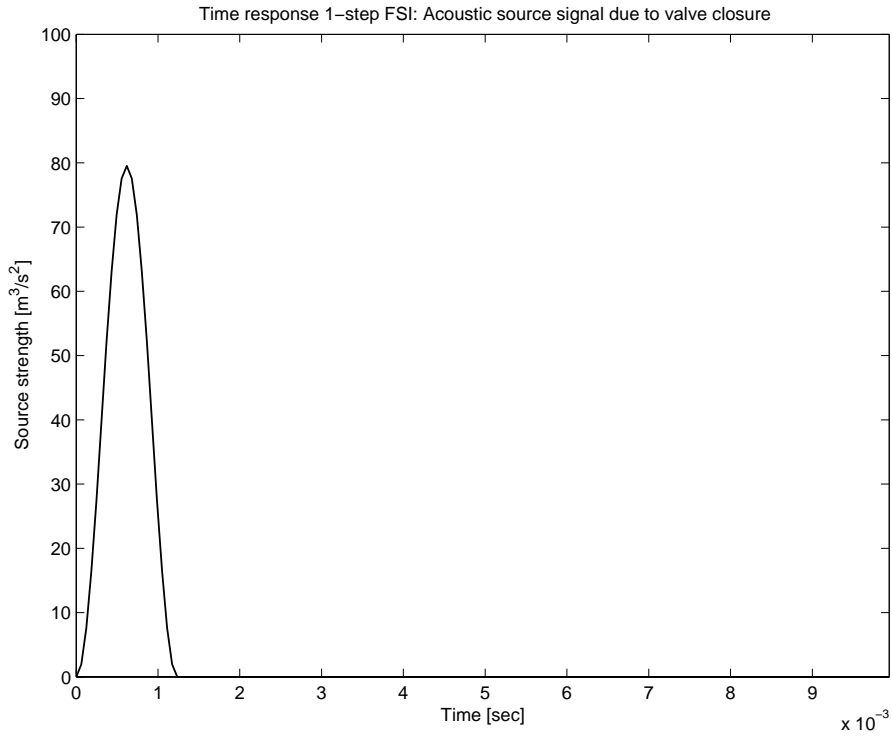
B3.2 Referenser

- /B3-1/ Joukowsky N.
Über den hydraulischen Stoß in Wasserleitungsrohren. Memoires de l'Academie Imperiale des Sciences de St. Petersbourg, series 8, vol. 9, no. 5, 1900
- /B3-2/ Skalak R.
An extension of the theory of waterhammer
Transactions of the American Society of Mechanical Engineers 78(1), 1956, 105-116

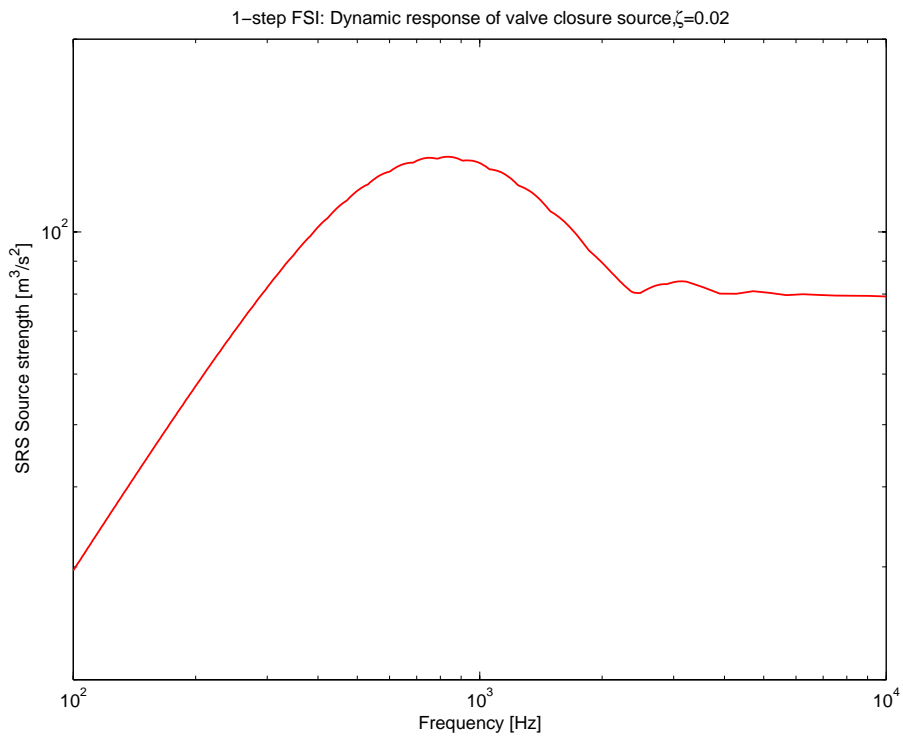
BILAGA 4 – TESTMODELL AV ETT RÖRSYSTEM



Figur B4.1. Förutsättningar för vald testmodell. Det statiska trycket är $P_0 = 7.0\text{MPa}$ och flexibilitetsfaktorn i krökarna är $K_p = 3.5509$. Begynnelse tillståndet ges av flödes hastigheten $V_0 = 1.0 \text{ m/s}$ och ventilstängningstiden på ca 1.2 ms.

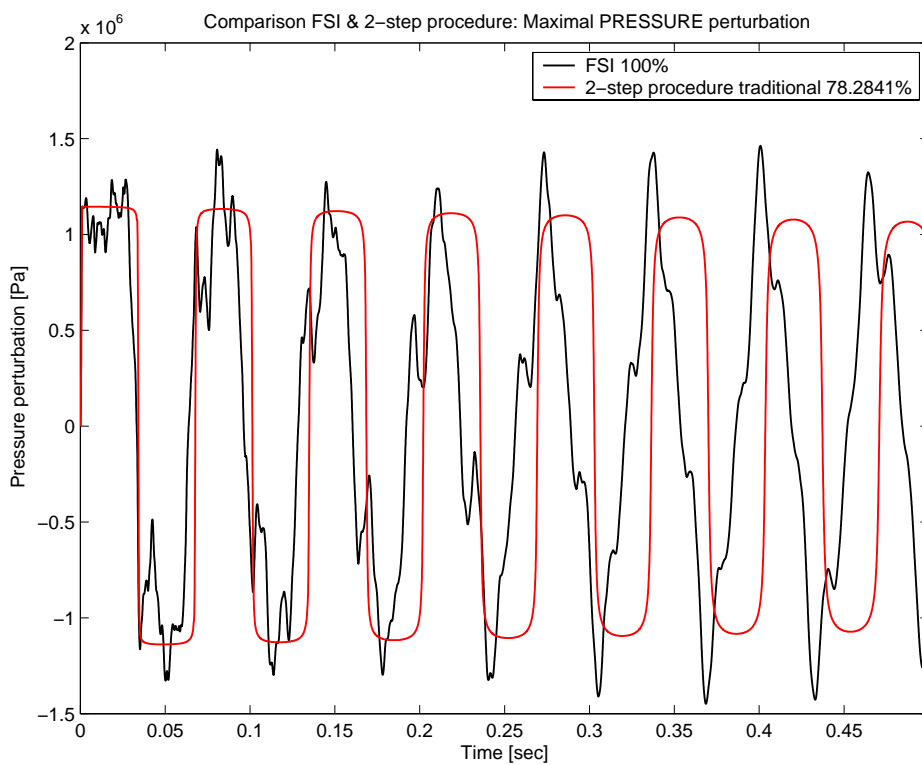
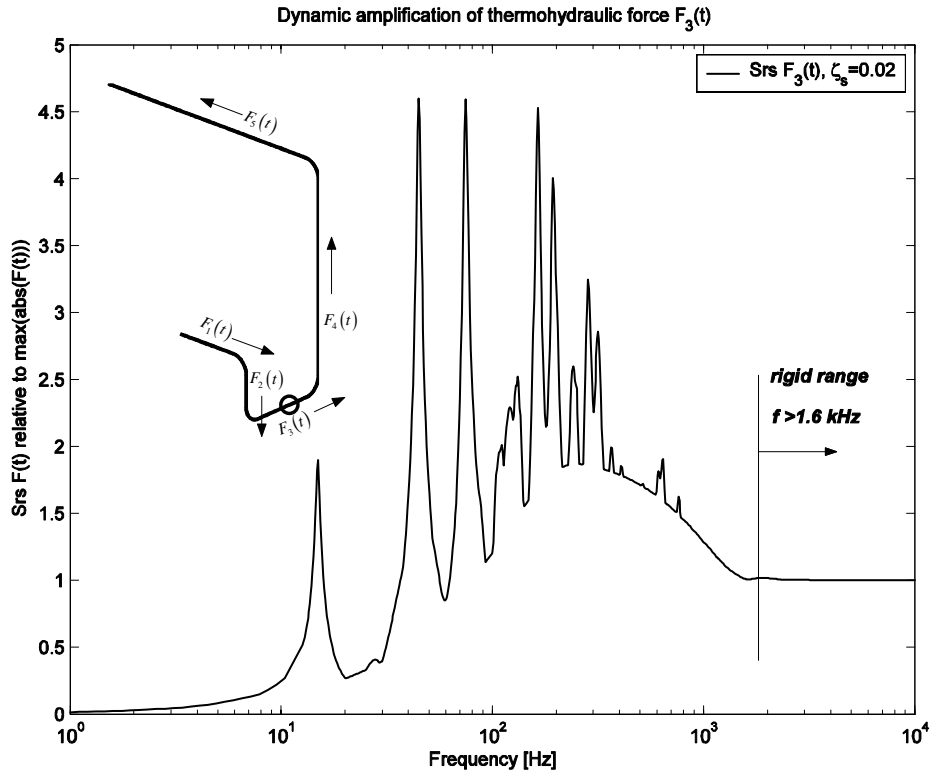


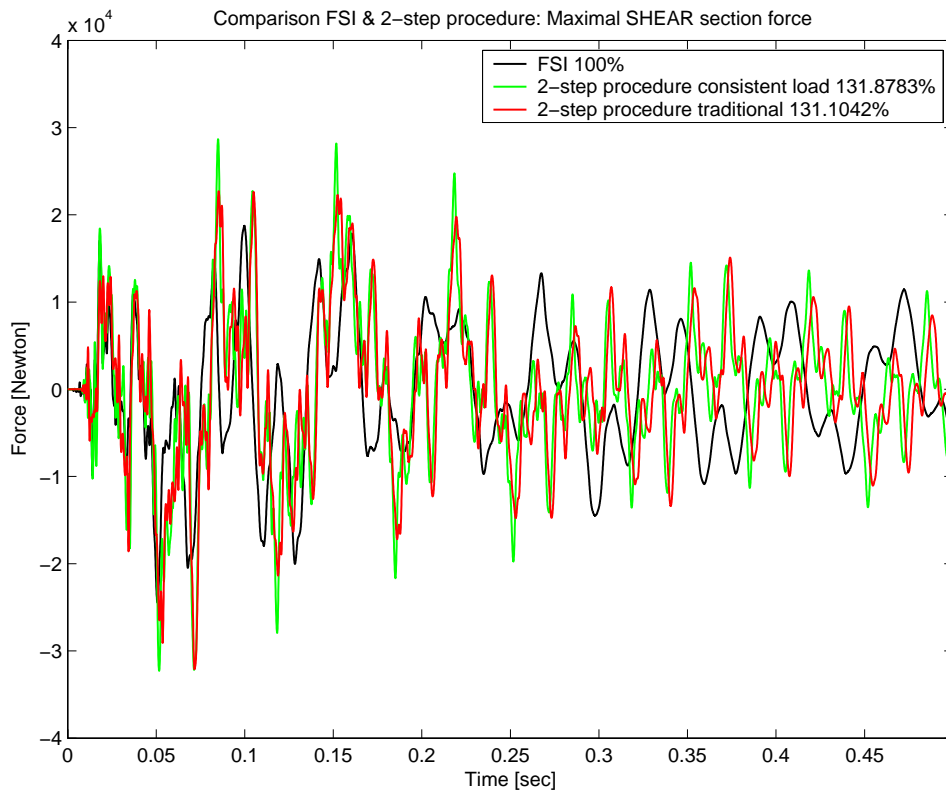
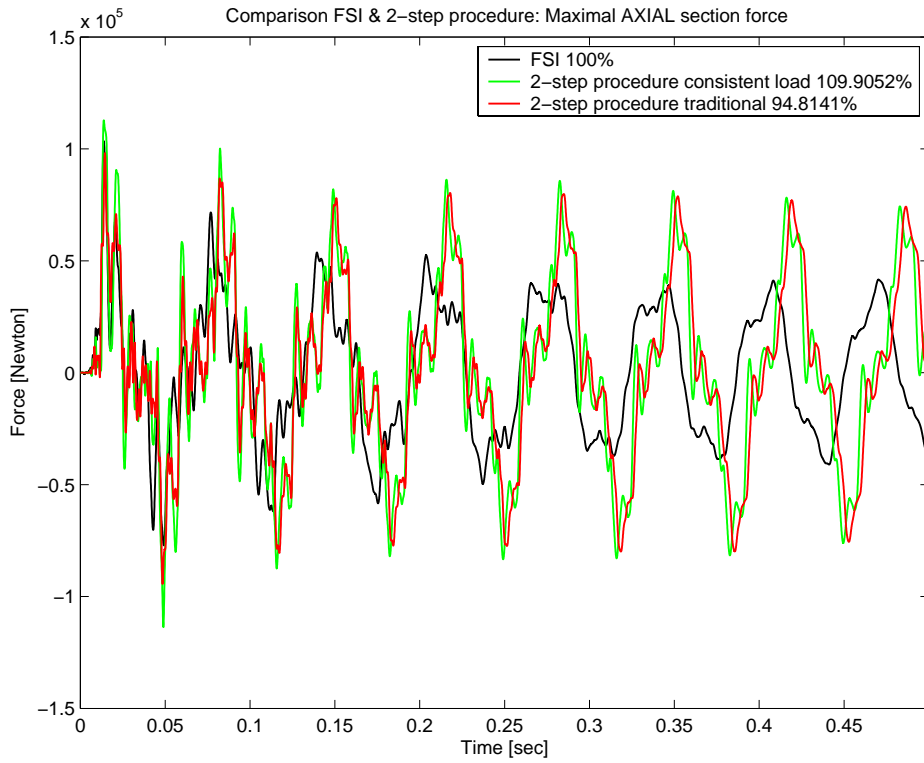
Figur B4.2. Ventilstängning beskriven som applicerad källstyrka

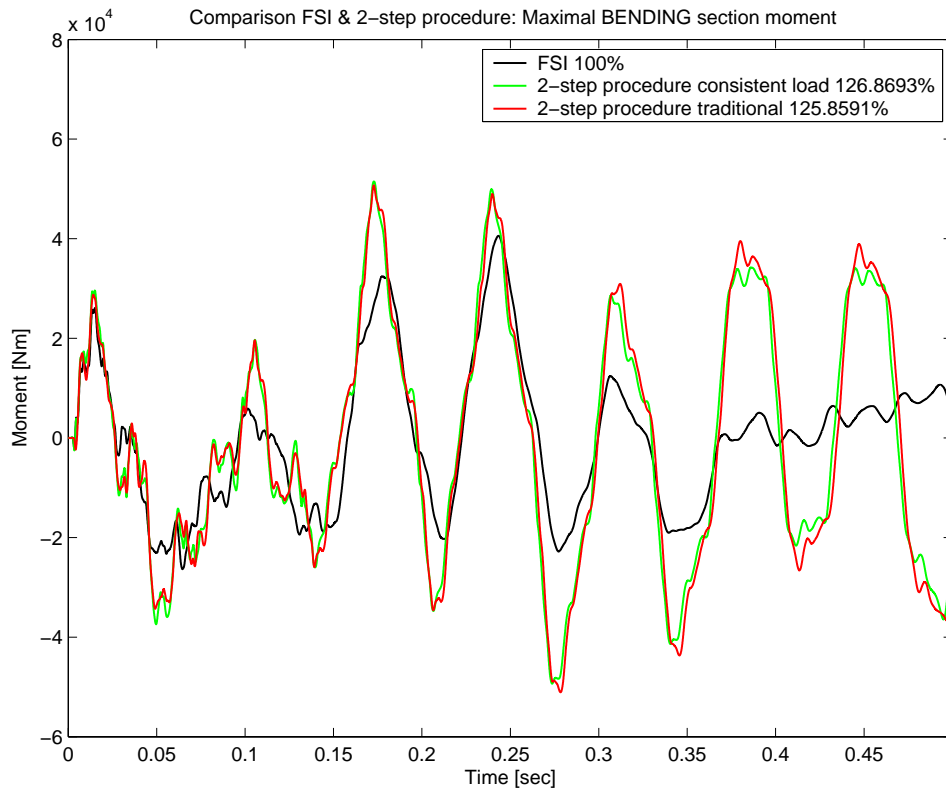
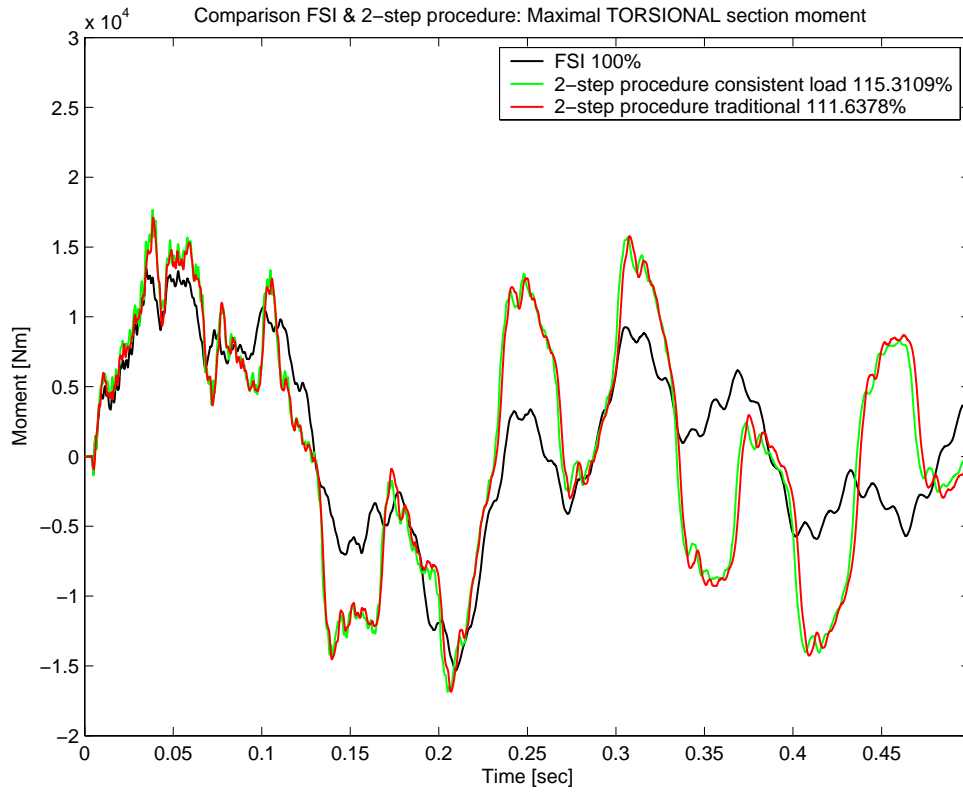


Figur B4.3. Exciterande källstyrkas pseudoaccelerationsspektrum

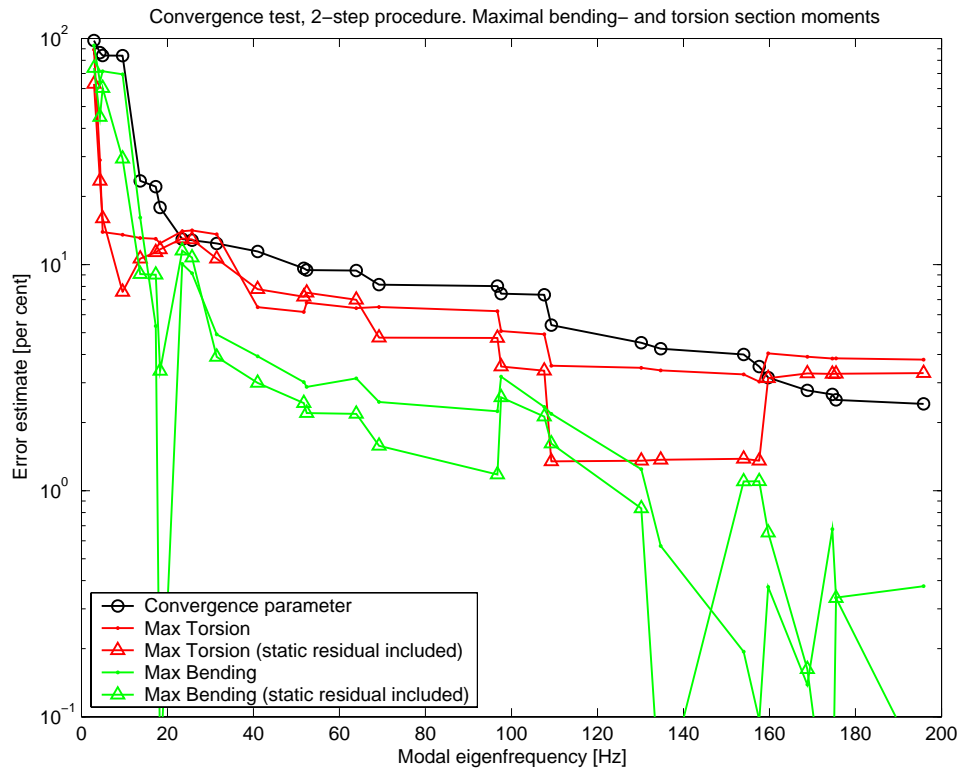
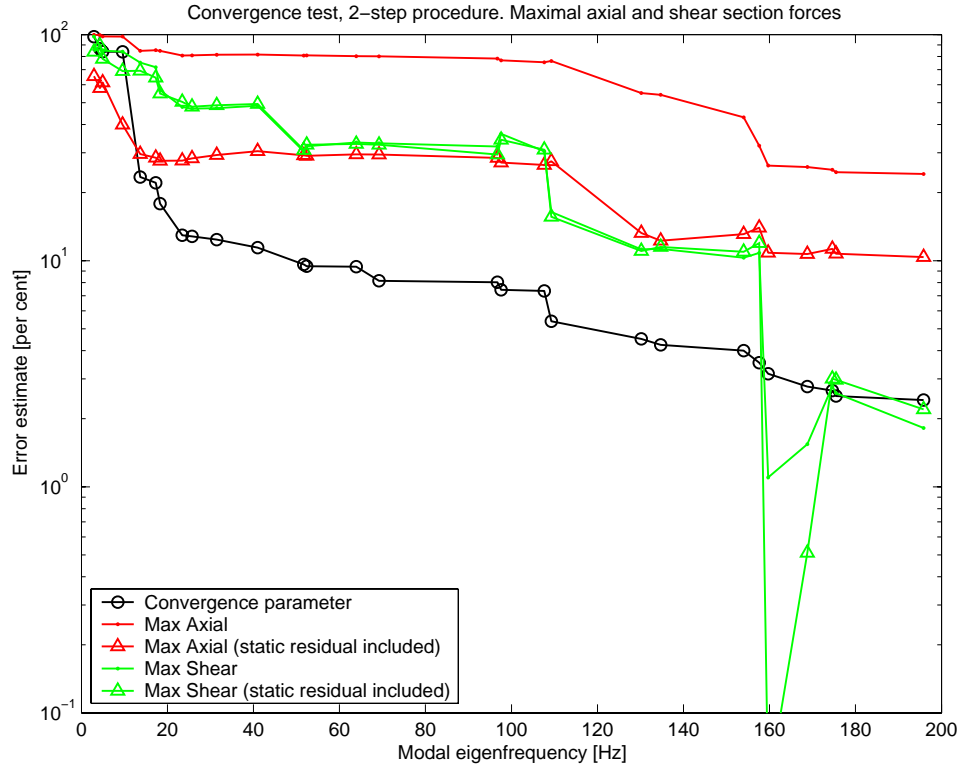
BILAGA 5 – JÄMFÖRELSE MELLAN KOPPLAD OCH OKOPPLAD ANALYS

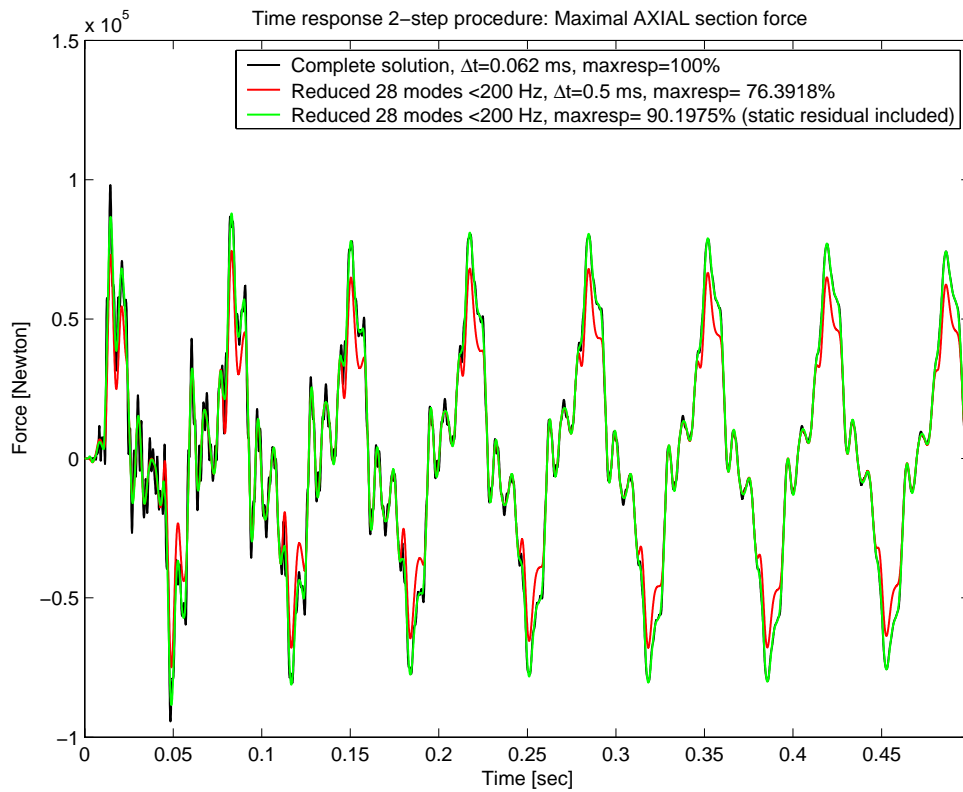
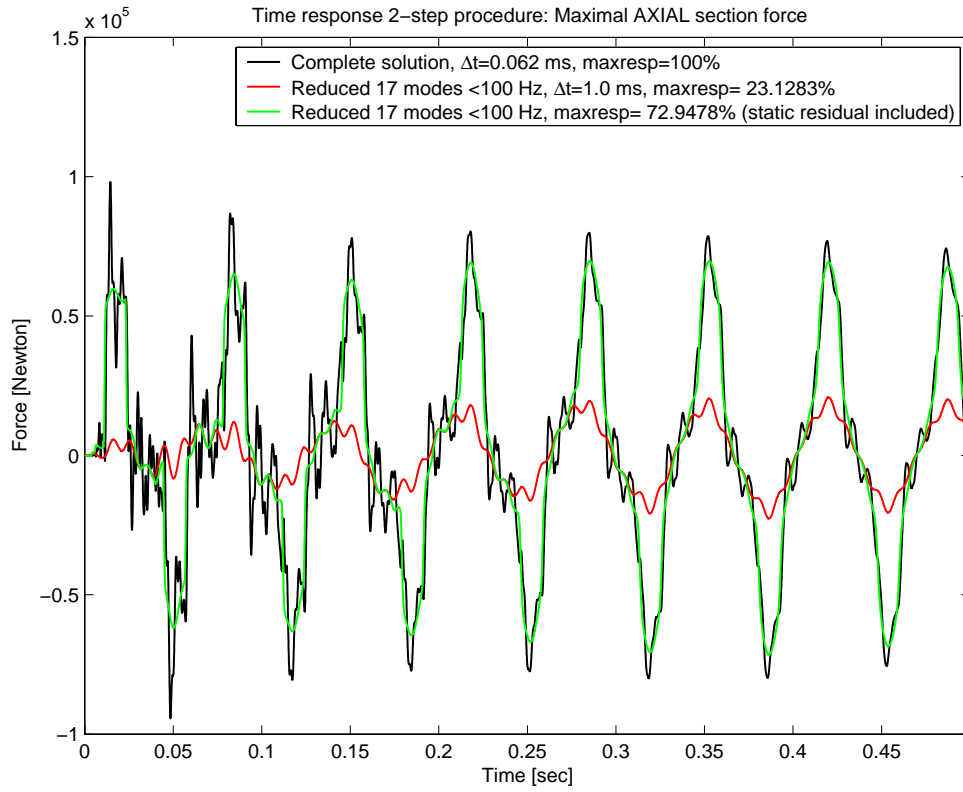


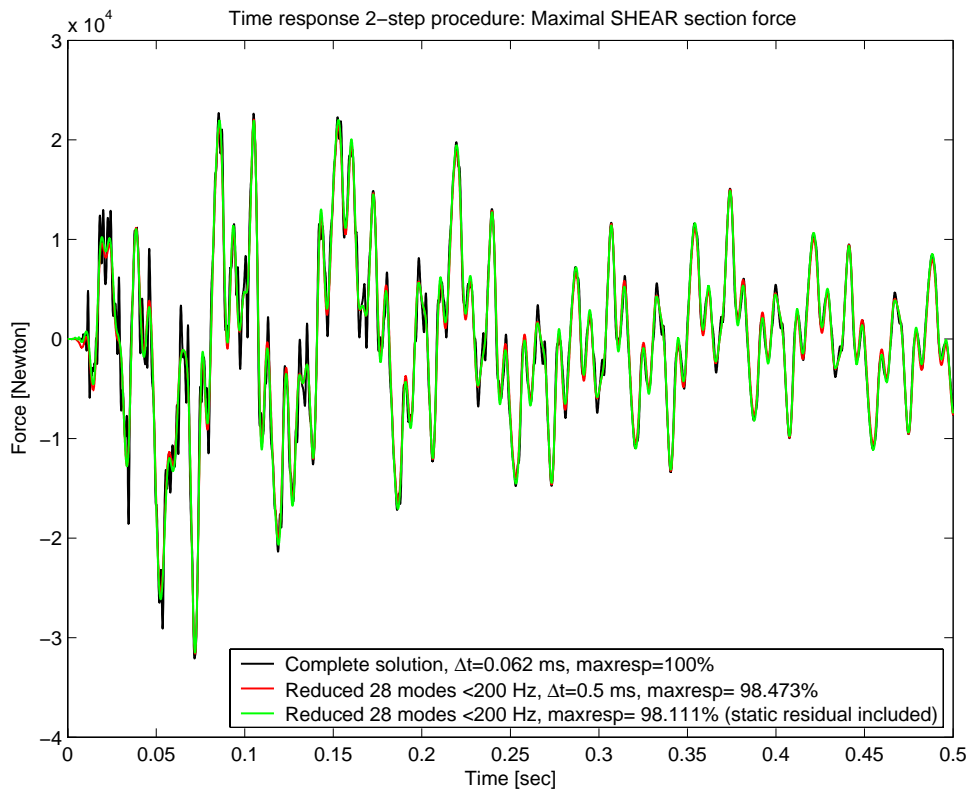
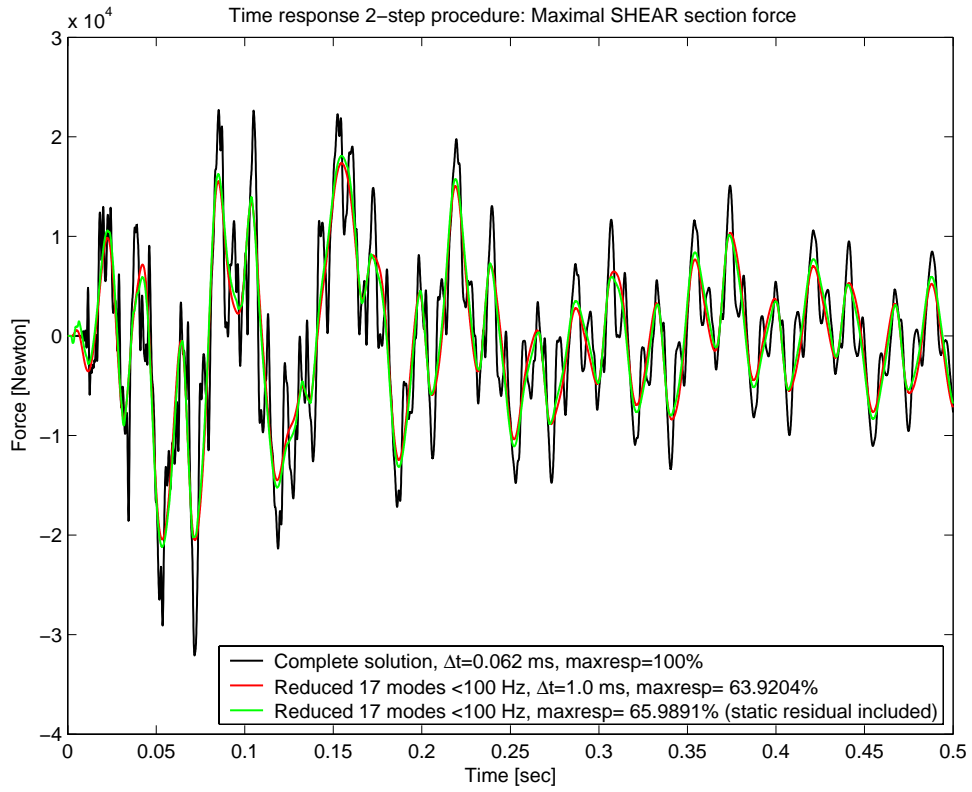


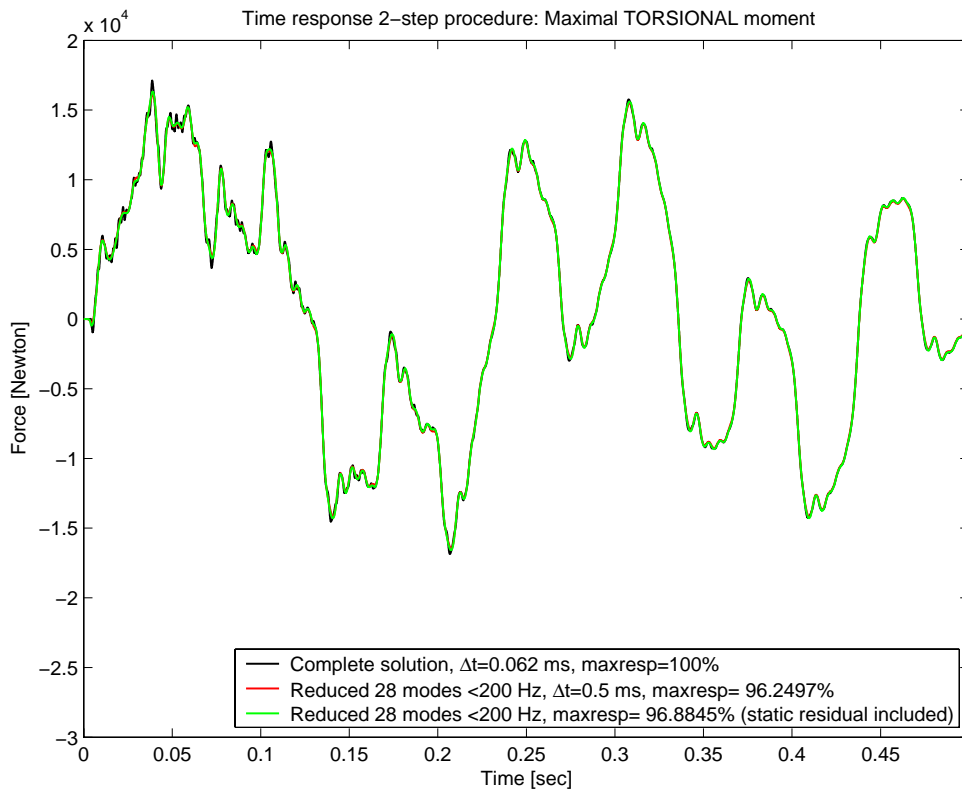
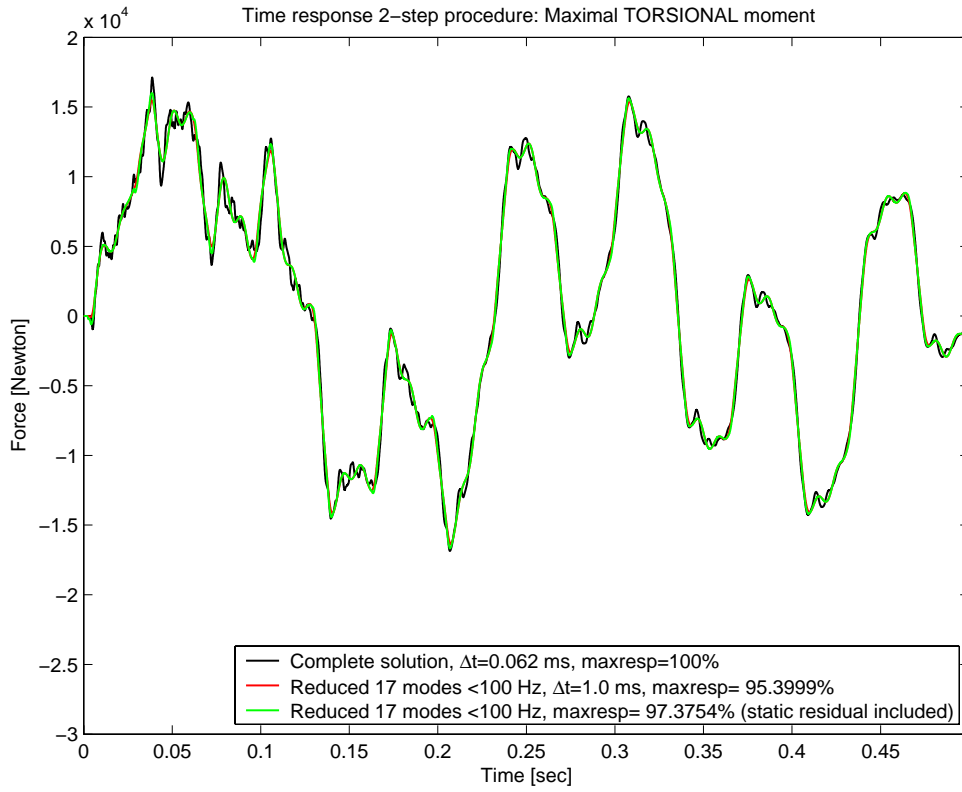


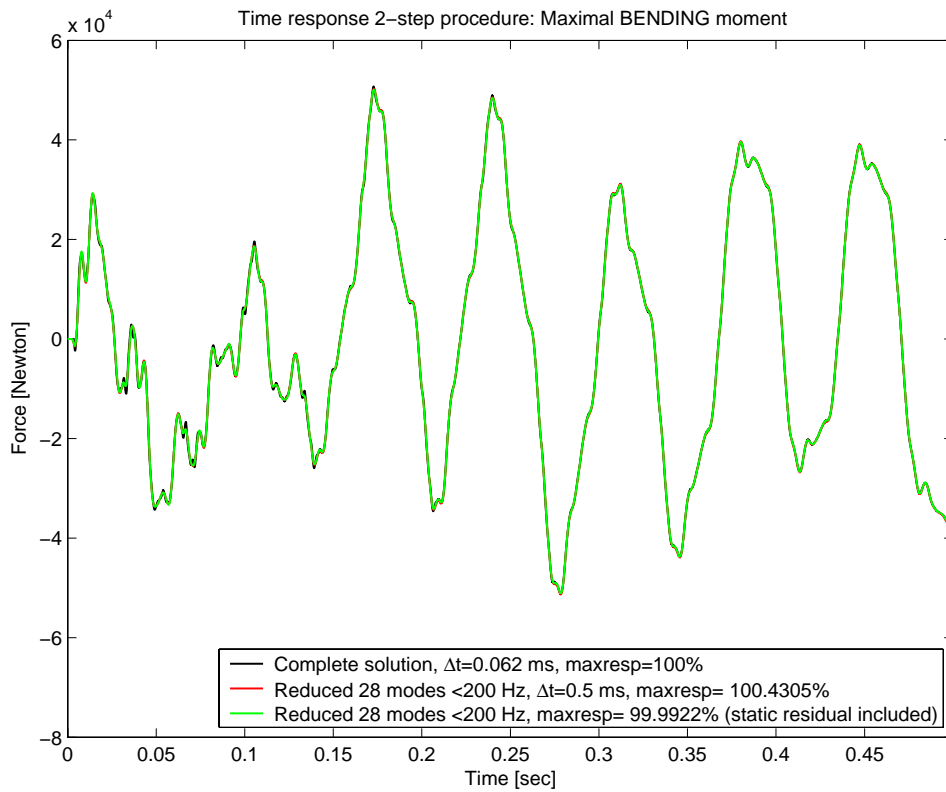
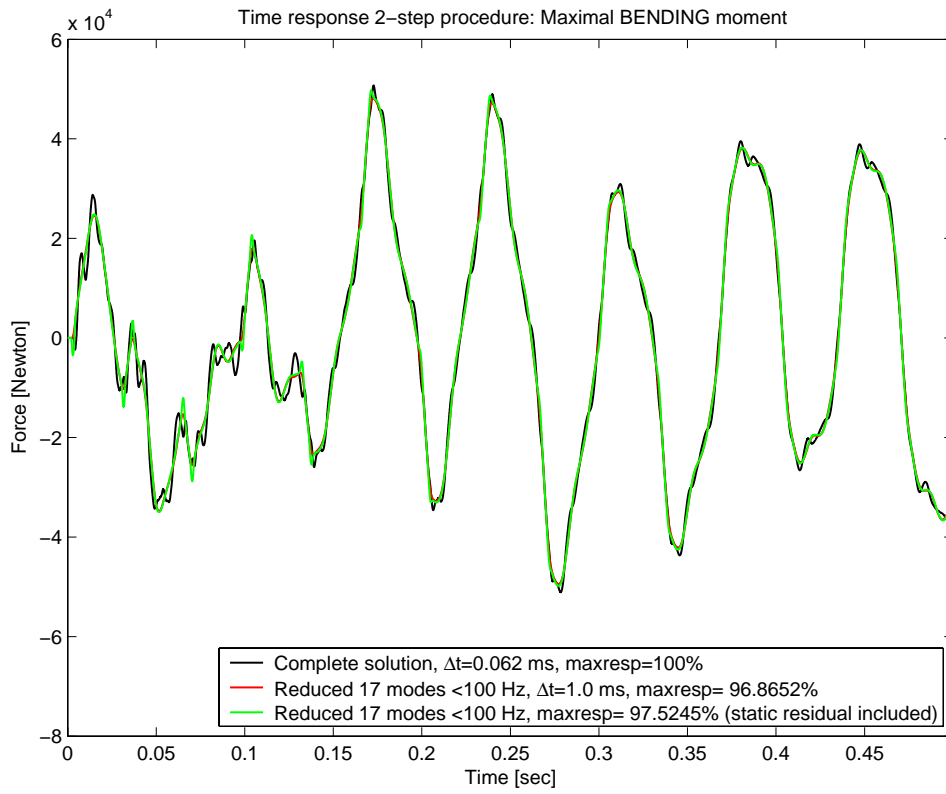
BILAGA 6 – TEST AV KONVERGENS VID OKOPPLAD ANALYS



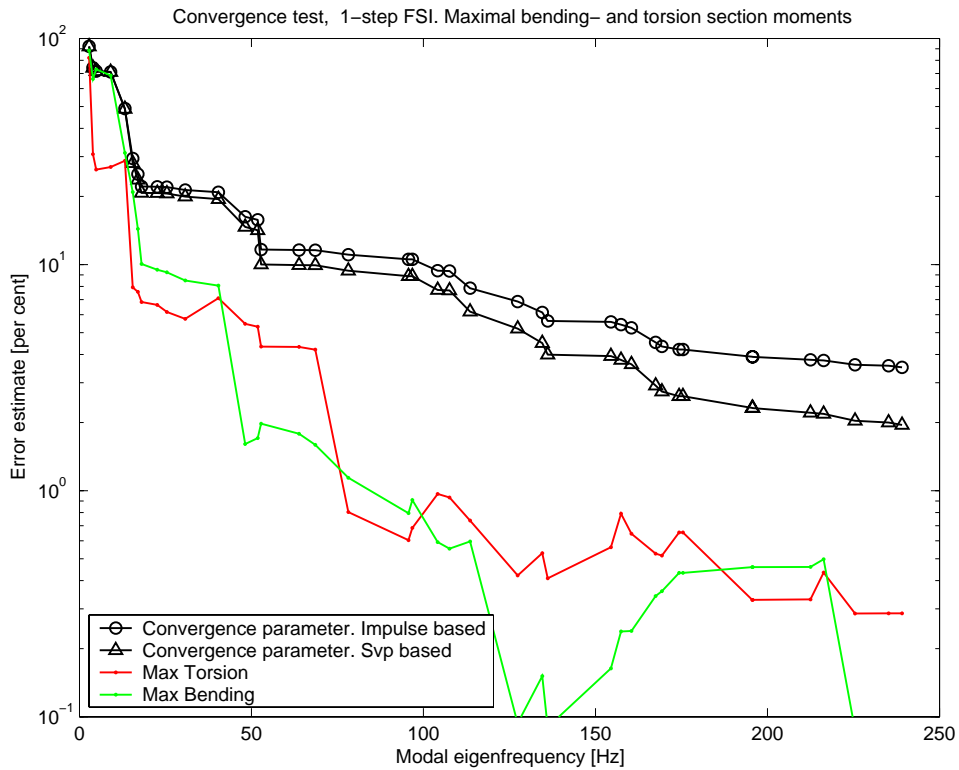
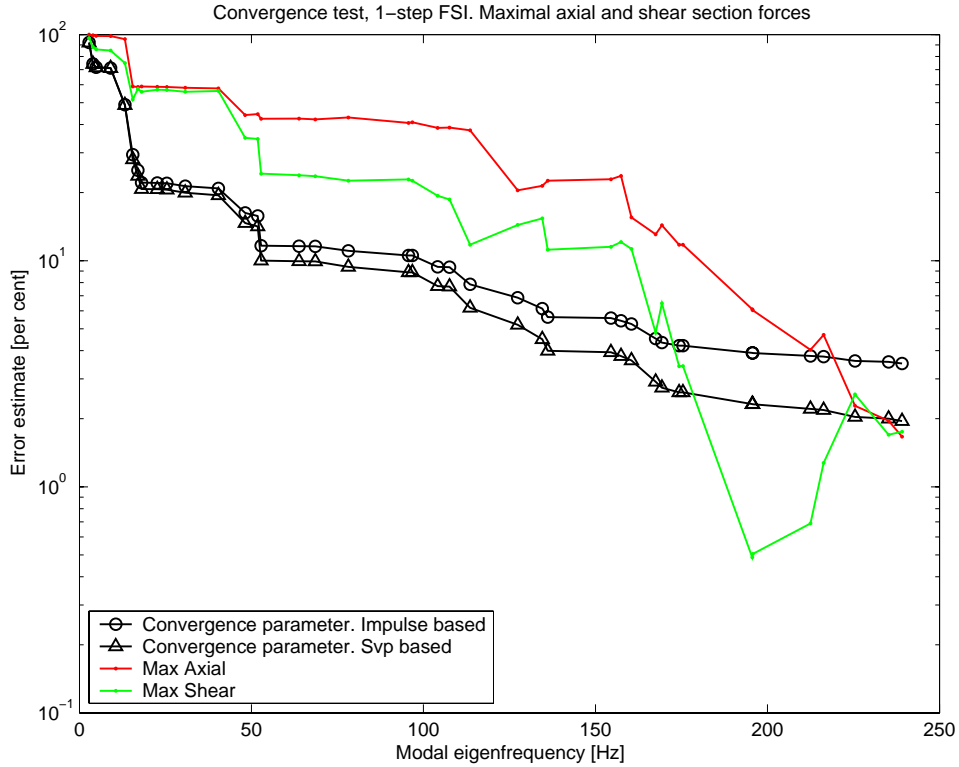


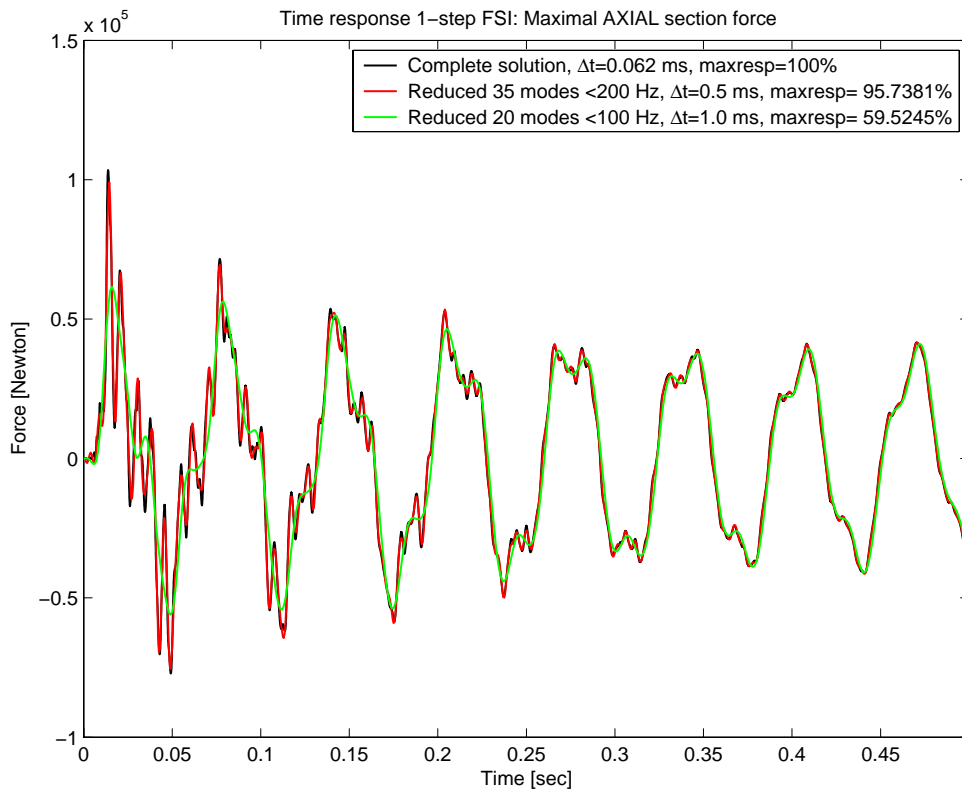
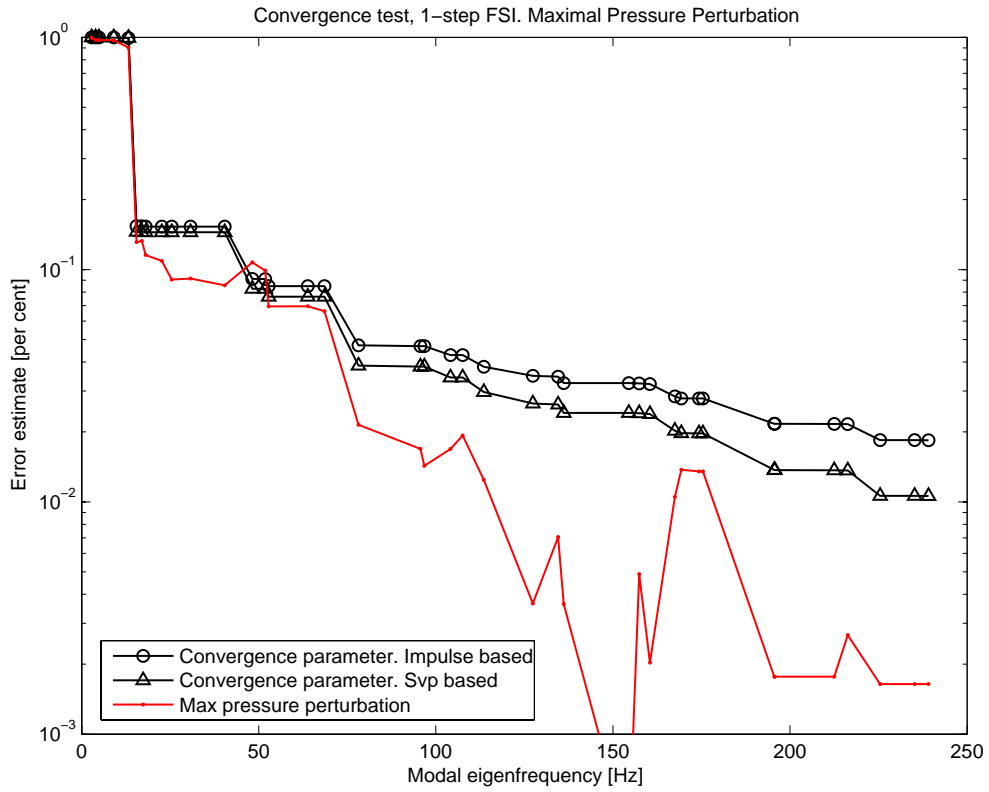


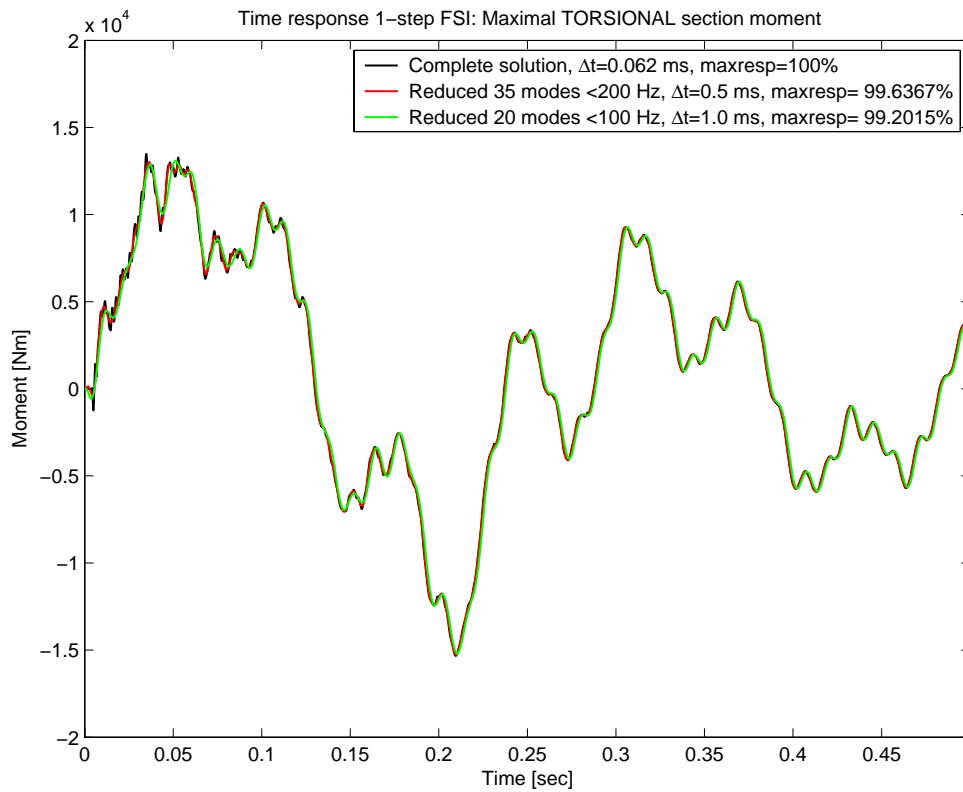
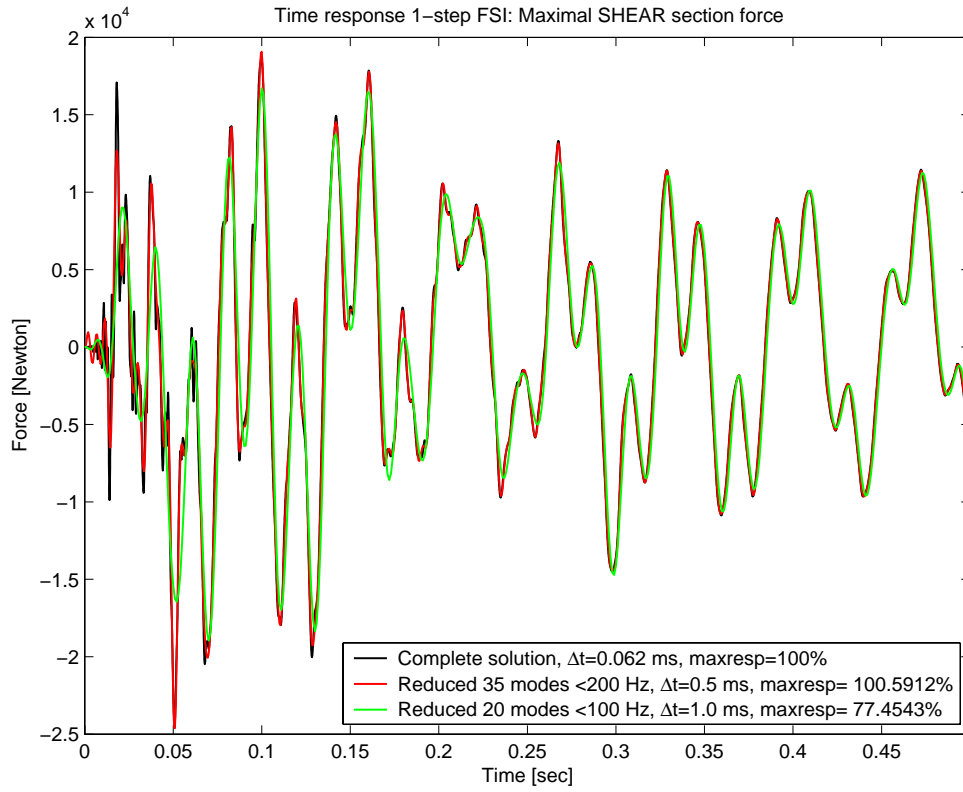


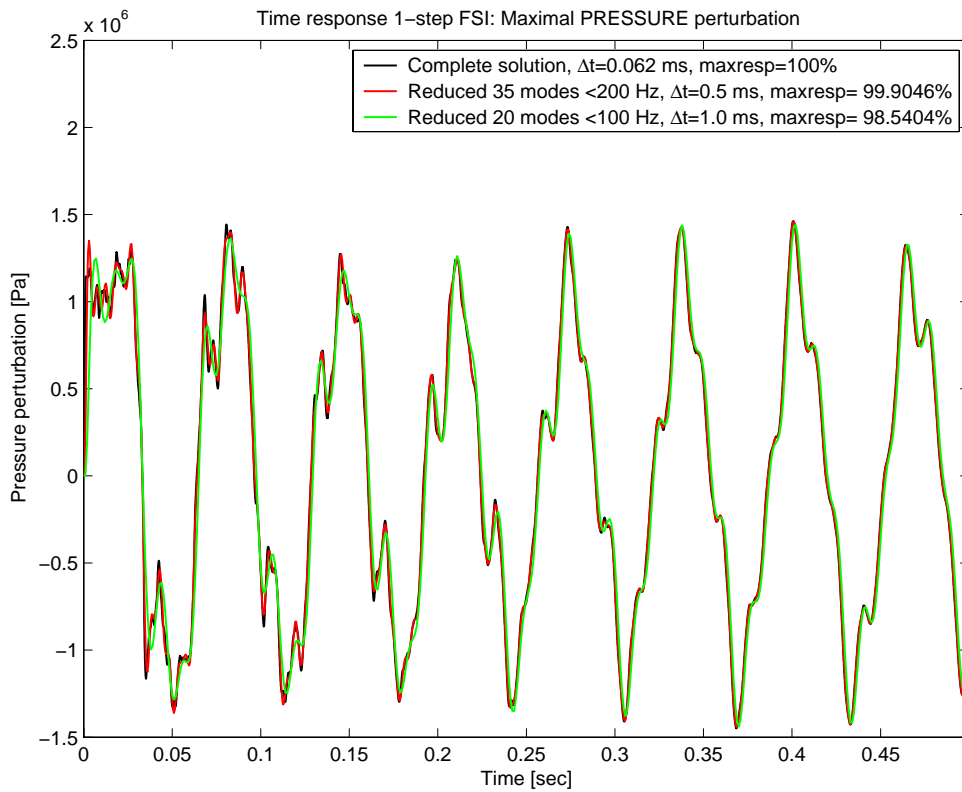
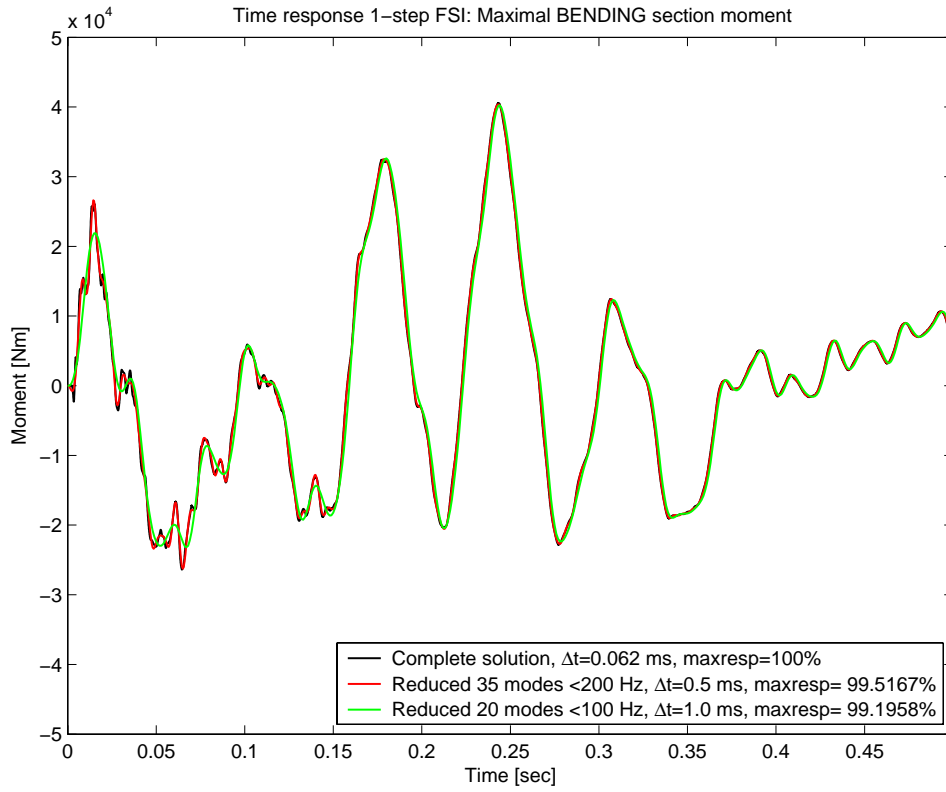


BILAGA 7 – TEST AV KONVERGENS VID KOPPLAD ANALYS









www.ski.se

STATENS KÄRNKRAFTINSPEKTION
Swedish Nuclear Power Inspectorate

POST/POSTAL ADDRESS SE-106 58 Stockholm

BESÖK/OFFICE Klarabergsviadukten 90

TELEFON/TELEPHONE +46 (0)8 698 84 00

TELEFAX +46 (0)8 661 90 86

E-POST/E-MAIL ski@ski.se

WEBBPLATS/WEB SITE www.ski.se