

Statistisk analys av uppmätta tillväxthastigheter hos spänningskorrosionssprickor (IGSCC)

Kurt Pörn

September 2000

Statistisk analys av uppmätta tillväxthastigheter hos spänningskorrosionssprickor (IGSCC)

Kurt Pörn

Pörn Consulting
Skivlingvägen 24
611 63 Nyköping

September 2000

Innehållsförteckning

Innehållsförteckning	3
Sammanfattning	5
Summary	7
1 Bakgrund	9
2 Spricktillväxt som statistiskt problem	10
3 Bayesiansk statistisk analys	11
3.1 <i>Allmänt om Bayesiansk metodik</i>	11
3.2 <i>Bayesiansk kontra klassisk metodik</i>	13
3.3 <i>Den aktuella tillämpningen</i>	14
3.4 <i>Resultat</i>	16
4 Alternativa statistiska modeller	18
4.1 <i>Trendanalys</i>	18
4.2 <i>Statistisk analys utan tillväxtlag</i>	19
5 Validering av beräkningsverktyget	20
6 Kommentarer och slutsatser	21
7 Referenser	23
Figurer	24

Sammanfattning

Sprickor vid interkristallin spänningskorrosion har utgjort ett allvarligt problem inom kärnkraftsindustrin världen över. Ansenliga resurser har fokuserats på försök att förstå mekanismerna bakom denna typ av korrosion och därmed skapa möjligheter att förebygga eller åtminstone lindra problemet. Spricktillväxthastigheten har därvid varit den centrala storheten man försökt analysera och bestämma.

Allteftersom databaserna från laboratorie- och andra experiment vuxit i omfattning har trycket ökat att använda dessa data för utvärdering av upptäckta skador även om den primära målsättningen med dessa data inte alltid varit att kvantitativt belysa tillväxthastigheten hos spänningskorrosionssprickor. Ett undantag härvidlag är det på SKI's initiativ genomförda internationella projektet, känt som "SKI Round Robin", i syfte att på ett mera kontrollerbart sätt kunna jämföra olika laboratoriers mätningar av interkristallin spricktillväxt (IGSCC).

Målsättningen med denna studie, finansierad av Statens Kärnkraftinspektion, är att presentera metoder för statistisk analys av kvalificerade data över tillväxthastigheter som funktion av material-, miljö- och lastparametrar. En god kännedom om sådana samband samt osäkerheten i dessa samband kan utnyttjas dels för att bedöma den fortsatta utvecklingen av identifierade defekter dels som underlag för revision av gällande kontrollprogram. För närvarande tillämpar SKI principen med en "upper bound" kurva för beskrivning av spricktillväxt-hastighet som funktion av spänningstillstånd. På sikt kan det bli aktuellt med ett annat ställningstagande baserat på en utförligare statistisk analys av tillväxtdata.

För att kunna genomföra den statistiska analysen för ett flertal parameterkombinationer har ett preliminärt beräkningsverktyg utvecklats som bygger på Bayesiansk statistisk metodik. Rapporten diskuterar och exemplifierar tänkbara statistiska modeller samt visar hur uppnådda resultat kan presenteras och tolkas.

Summary

Intergranular Stress Corrosion Cracking (IGSCC) has been a serious problem within the nuclear power industry all over the world. Substantial efforts have been expended on research and experiments to enhance the understanding of the mechanisms behind this type of corrosion. An increased knowledge of such mechanisms is a condition precedent for preventing or at least reducing the problem. The crack growth rate has been the focus for analysis and estimation.

As the data bases created in laboratory and other experiments have expanded there has been a growing pressure to use these data for the assessment of detected damage, even though the primary objective of these data has not always been to quantitatively determine the propagation rate of stress corrosion cracks. One exception here is the international project known as the "SKI Round Robin", initiated by the Swedish Nuclear Power Inspectorate (SKI) in order to be able to compare in a more controllable way various laboratories' measurements of IGSCC propagation rates.

The aim of this study, financed by SKI, is to present methods for the statistical analysis of qualified data of crack propagation rates for varying material, environmental and stress conditions. A good knowledge of such connections as well as an understanding of the uncertainty in these connections can be used to evaluate the progress of already detected cracks and as basis for revision of existing regulation programmes. The Swedish Nuclear Power Inspectorate applies, at present, the principle of an "upper bound curve" to describe the crack propagation rate as function of the stress conditions. In the long run another type of reasoning might appear as a result of a deeper statistical analysis of crack growth rates.

To be able to conduct the statistical analysis for several parameter combinations a preliminary computer code has been developed based on Bayesian statistical methodology. In this report possible statistical models are discussed and exemplified and various ways to present and interpret the results of the analysis are shown.

1 Bakgrund

Sprickor vid interkristallin spänningskorrosion har utgjort ett allvarligt problem inom kärnkraftsindustrin världen över. Ansenliga resurser har fokuserats på försök att förstå mekanismerna bakom denna spänningskorrosion och därmed skapa möjligheter att förebygga problemet. Spricktillväxthastigheten har därvid varit den centrala storheten man försökt analysera och bestämma.

Att mäta spricktillväxthastigheter är, enligt [3], en mycket komplicerad och resurskrävande uppgift. Många av de experiment som utförts har syftat till att bestämma vilken effekt olika parametrar har på spricktillväxten. Målsättningen har alltså inte primärt varit att få fram kvantitativa data över spricktillväxthastigheter. Allteftersom databaserna från laboratorie- och andra experiment vuxit i omfattning har dock trycket ökat att använda dessa data även för utvärdering av upptäckta skador.

I det arbete som ledde fram till publiceringen av direktiven SKIFS 1994:1 för primär-systemens integritet gjorde Statens Kärnkraftinspektion (SKI) en utvärdering av publicerade data över tillväxthastigheter hos spänningskorrosionssprickor i rostfria stål och nickelbaslegeringar i BWR miljö. Förhållandevis mycket data finns publicerade över i laboratorier uppmätta spricktillväxthastigheter, men i många fall föreligger bristfällig information om syfte och metodik för utförda experiment. Kraftföretagens materialgrupp har under flera år arbetat med insamling av IGSCC-tillväxtdata från hela världen, dels från litteratur dels genom olika samarbetsprojekt. I SKIs arbete identifierades en rad svårigheter förbundna med problemet att selektera ut de data som kunde ligga till grund för bestämning av tillväxthastigheter för regulativ användning [1]. SKI beslöt att gå vidare med en systematisk analys för att kunna garantera att de tillväxthastigheter som används i regulativt syfte är konservativa, men inte orimligt konservativa.

SKI tog därför initiativ till ett internationellt projekt, som sedermera blivit känt som "SKI Round Robin" [2], i syfte att på ett mera kontrollerbart sätt kunna jämföra mätningar av IGSCC spricktillväxthastigheter utförda av de laboratorier som varit mest aktiva inom området. Projektets första studieobjekt gällde rostfritt stål i normal vattenkemi. Även om projektet inte resulterat i data av högsta kvalitet, enligt kriterierna i [1], så har dock projektet belyst många av de aktuella frågeställningarna och bidragit till ett ökat medvetande om problemen hos både experimenterare och dataanvändare.

SKI har sålunda under flera år, dels genom egna insatser dels genom beställda uppdrag, arbetat med frågeställningar rörande kvaliteten på data över spänningskorrosionssprickors tillväxthastigheter. Att finna tillförlitliga samband mellan spricktillväxthastighet och faktorer såsom material, last och miljö är av största vikt både när IGSCC upptäcks och vid fastställande av kontrollintervall för sprickuppföljning i känsligt material. Hitintills har SKI tillämpat principen med en "upper bound" kurva för beskrivning av spricktillväxthastighet som funktion av spänningstillstånd. På sikt kan det bli aktuellt med ett annat ställningstagande baserat på en utförligare statistisk analys av tillväxtdata.

Som ovan antytts är spricktillväxthastigheten beroende av ett flertal faktorer och parametrar, mellan vilka det inte sällan föreligger interaktion. Inte ens i laboratorieförsök är det trivialt att hålla miljö- och lastfaktorer stabila under lång tid. Även mätningstekniken som sådan är komplicerad. En slutsats av detta är att det, trots renodlade försökssituationer, föreligger betydande osäkerheter såväl i miljö- och lastparametrar som i uppmätta tillväxthastigheter. Syftet med detta projekt är att finna metoder att statistiskt beskriva denna osäkerhet på basis av kvalificerade tillväxtdata, och därmed ge SKI ett underlag för bedömning av tillförlitligheten i tillväxtdata och deras samband med ingående faktorer.

2 Spricktillväxt som statistiskt problem

Som redan i inledningen antyddes är en befintlig sprickas tillväxt beroende av ett flertal parametrar som karaktäriserar bl.a. faktorerna material, miljö (vattenkemi) och mekanisk last. Låt oss för den fortsatta diskussionen antaga att vi har en analytisk modell för spricktillväxten som funktion av mekanisk last när material och miljö är kända. Modellen baserar sig på antagandet att det existerar ett samband mellan spricktillväxthastighet v och spänningsintensitetsfaktorn K , $v=f(K)$, ett samband som på experimentell väg ofta getts formen $v=b \cdot K^a$ inom ett visst intervall $K_1 < K < K_m$. För spänningsintensiteter $K < K_1$ antas ingen spricktillväxt ske ($v=0$) medan tillväxthastigheten stabiliseras på en konstant nivå för $K > K_m$. Fördelen med en analytisk modell är att man kan sammanföra tillväxtdata för olika K -värden och därigenom få en fylligare statistisk information.

Låt oss vidare antaga att en mängd tillväxthastighetsdata av tillräckligt god kvalitet föreligger. Med "tillräckligt god kvalitet" avses att data uppfyller de av SKI fastställda kvalitetskraven [1]. Först bestämmer vi oss för ett visst material. De material som är av störst intresse i detta sammanhang är 1) Austenitiskt rostfritt stål, 2) Alloy 182 svetsmaterial och 3) Alloy 600, vilka är vanligt förekommande i svenska BWR-miljöer. Sedan begränsar vi oss till en bestämd miljö, exempelvis NWC (=normal water chemistry) eller HWC (=hydrogen water chemistry). För varje kombination av material – miljö och spänningsintensitetsfaktorn K antar vi en enkel tillväxtlag av typen

$$v = b \cdot K^a, \quad (1)$$

med parametrarna $a > 0$ och $b > 0$. Sambandet (1) antas gälla i hela variationsområdet för spänningsintensiteten K . Efter logaritmering skriver vi (1) på formen

$$\log(v) = \log(b) + a \cdot \log(K) \quad (2)$$

Den verkliga spricktillväxten påverkas dock av en mängd faktorer och faktorkombinationer som inte inryms bland kategoriseringsparametrarna ovan och som inte ens i experimentsituationer låter sig kontrolleras. Det ligger därför nära till hands att utöka sambandet (2) till

$$\log(v) = \log(b) + a \cdot \log(K) + \varepsilon, \quad (3)$$

där det stokastiska "felet" ε i tillväxthastighetens logaritm är en normal-fördelad variabel med medelvärde 0 och standardavvikelse σ , $\varepsilon \sim N(0, \sigma)$. För given spänningsintensitet K och givna värden på parametrarna a , b och σ har därmed logaritmen för tillväxthastigheten v fördelningen

$$\log(v) \sim N(\log(b) + a \cdot \log(K), \sigma). \quad (4)$$

Att $\log(v)$ antas vara N-fördelad har visst stöd i resultat som uppnåtts i den tidigare nämnda studien "SKI Round Robin" [2].

Sammanfattningsvis har vi en fördelningsmodell med tre parametrar – a , b , σ . Problemet är att först skatta dessa parametrar på basis av tillgängligt statistiskt material. Med "skattning" avser vi då att bestämma osäkerhetsfördelningen för parametertrion (a, b, σ) . Andra steget i den statistiska analysen är att fortplanta denna osäkerhet till den primära storheten, tillväxthastigheten v .

3 Bayesiansk statistisk analys

3.1 Allmänt om Bayesiansk metodik

Målet med statistisk analys är att förmedla kunskap om osäkerheter. I Bayesiansk statistisk analys beskrivs all osäkerhet med sannolikheter och sannolikhetsfördelningar, så också i fallet okända parametrar. Så även om parametern a är konstant (ingen stokastisk variation) är den dock okänd, och denna bristfälliga kunskap beskrivs med en fördelning. När kunskapen om a ökar i takt med en växande mängd data förändras fördelningen, $p(a)$. [p används som allmän beteckning för sannolikhetsfunktionsfunktion (probability density function)].

Metodiken bygger på Bayes' sats, som kan skrivas på formen

$$p(a|\mathbf{m}) = p(\mathbf{m}|a) \cdot p(a) / p(\mathbf{m}) \quad (5)$$

där

$p(a)$ = a priori fördelning som beskriver vår kunskap om parametern a innan några mätningar eller observationer $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_n)$ gjorts eller beaktats

$p(\mathbf{m}|a)$ = likelihoodfunktion som uttrycker sannolikheten för faktiska mätvärden \mathbf{m} när a antas bekant (lognormal-fördelningen (4) i det här aktuella exemplet)

$p(a|\mathbf{m})$ = posteriori fördelning som beskriver vår uppdaterade kunskap om a när mätvärdena \mathbf{m} har beaktats

$p(\mathbf{m})$ = total sannolikhet för mätvärdena \mathbf{m}

Här används $p(\cdot)$ och $p(\cdot|\cdot)$ som generell beteckning för en fördelnings täthetsfunktion respektive betingad täthetsfunktion.

Storheten $p(\mathbf{m})$, som enligt ”lagen om total sannolikhet” kan skrivas

$$p(\mathbf{m}) = \int p(\mathbf{m}|a) \cdot p(a) da, \quad (6)$$

utgör i Bayes' sats endast en normaliseringskonstant som skall göra posteriori fördelningen $p(\mathbf{a}|\mathbf{m})$ till en egentlig sannolikhetsfördelning.

Resonemanget är helt analogt för det fall att vi, såsom i denna studie, har flera parametrar $\theta = (a, b, \sigma)$. Bayes' sats beskriver alltså en process i vilken kunskapen om modellparametrar uppdateras från a priori till posteriori när ny information i form av verkliga observationer tillkommer. En annan noterbar egenskap hos Bayes' sats är att den kan användas i steg. Som resultat av en första tillämpning av Bayes' sats fås sålunda en posteriorifördelning för parametern θ . Denna fördelning kan i sin tur tjänstgöra som a priori fördelning när nästa uppsättning observationer analyseras.

I det fall att man helt saknar kunskap om θ är det brukligt att använda en s.k. *icke-informativ* a priori fördelning $p(\theta)$. En fördelning helt utan information finns inte. Fördelningar av olika typ och form är mer eller mindre informativa. Här har vi valt att med ”icke-informativ” avse en fördelning vars informationsinnehåll är mycket vagt i förhållande till den information som kan förväntas via faktiska observationer eller mätningar. Detta finns formulerat som en princip, känd under namnet ”data-translaterad likelihood” [9,10], som i många fall möjliggör en matematisk härledning av en icke-informativ $p(\theta)$. Vid användning av en sådan apriorifördelning kommer de faktiska observationerna att ha stort genomslag på det slutliga resultatet.

Icke-informativa apriorifördelningar skall självfallet inte användas okritiskt eller i situationer där apriori-information föreligger. En betydelsefull fördel med Bayesianisk metodik inklusive dess sannolikhetsbegrepp är att den gör det möjligt att kombinera information av mera allmän karaktär och ”hårda data” av typ mätningar/observationer. Därmed kan all information som är relevant för den aktuella frågeställningen utnyttjas. Förutsättningen för tillämpning av Bayesianisk metodik är att förhandsinformationen om den aktuella parametern kan sammanfattas i termer av en fördelning. Många kritiker av metoden anför denna förutsättning som ett hinder för dess praktiska användning. Även om bestämning av informativa apriorifördelningar inte kunnat inrymmas i detta projekt vill vi understryka värdet av sådana insatser. När väl en apriorifördelning har valts är den fortsatta vägen till en posteriorifördelning klart utstakad enligt ekv (5).

Låt oss sammanfatta den Bayesianiska metodiken i termer av det aktuella problemet. Metodiken innebär att varje tänkbar kombination av de tre parametrarna (a, b, σ) tilldelas en sannolikhet, dels en a priori och dels en posteriori sannolikhet. Detta är detsamma som att säga att varje kandidat inom den antagna klassen av tillväxtlagar tilldelas en sannolikhet, först en a priori sannolikhet och sedan en uppdaterad, posteriori sannolikhet, där uppdateringen görs på basis av graden av överensstämmelse med

uppmätta tillväxthastigheter. På vägen från a priori till posteriori fördelning går ingen information förlorad i beskrivningen av osäkerheterna. Varje kandidat i den valda klassen av tillväxtlagar prövas, i motsats till att välja ut en unik tillväxtlag vilket görs med traditionella statistiska metoder.

3.2 Bayesiansk kontra klassisk metodik

Som ovan framgått är Bayesiansk metodik grundad på en vidare definition av sannolikheter, s.k. subjektiva sannolikheter. Detta möjliggör att information av olika slag kan utnyttjas och kombineras. Med "klassisk metodik" avses här den traditionella statistiska lärobyggnad som vilar på frekvensbaserade sannolikheter, som inte beaktar a priori information och som värderar en tekniks noggrannhet i termer av dess repetitiva noggrannhet i det långa loppet. Vi skall i det följande föra ett kortfattat resonemang om ytterligare skillnader mellan klassisk och Bayesiansk metodik

Låt oss, för att anknyta till det aktuella projektet, antaga att uppgiften är att studera sprickors tillväxthastighet för en given typ av sprickmekanism, material och miljö. Vi antar också för enkelhetens skull att tillväxthastigheten eller dess logaritm är normalfördelad med medelvärdet θ och känd varians σ . Fördelningen (täthetsfunktionen) för en planerad serie $\underline{y} = (y_1, \dots, y_n)$ av n oberoende observationer kan då skrivas

$$p(\underline{y} | \theta) \sim \exp[-1/2 \sum (y_i - \theta)^2 / \sigma^2] \quad (7)$$

När väl observationerna föreligger vill vi kunna dra slutsatser inte bara om det okända medelvärdet θ utan framförallt om sannolikheten (risken) $P(Y > y_c)$ att spricktillväxten Y överskrider något kritiskt värde y_c .

Enligt **klassisk teori** betraktas observationerna \underline{y} som ett stickprov ur ett utfallsrum Ω omfattande alla tänkbara utfall y_1, y_2, \dots , som följer sannolikhetsmodellen $p(\underline{y} | \theta)$ ovan. Det hypotetiskt sanna värdet θ_0 på medelvärdet θ skattas med hjälp av en statistiska $\theta^*(\underline{y})$, som är en funktion av stickprovsvärdet \underline{y} . Även denna statistika har en fördelning i Ω , och på basen av denna fördelning beräknas ett konfidensintervall

$$\theta_1(\theta^*) < \theta_0 < \theta_2(\theta^*), \quad (8)$$

där konfidensgränserna θ_1 och θ_2 är funktioner av statistikan $\theta^*(\underline{y})$, och därmed indirekt av observationerna \underline{y} , och den valda konfidensnivån $1-\alpha$. Avsikten med konfidensintervallet (8) är att ge ett mått på hur mycket estimatet θ^* avviker från det sanna värdet θ_0 . Konfidensgränserna θ_1 och θ_2 är så valda att vid upprepade stickprov kommer det beräknade konfidensintervallet att täcka θ_0 med andelen $1-\alpha$ av alla prov. Sålunda är det inte korrekt att säga att det specifika intervallet vi fått på basen av det aktuella stickprovet \underline{y} innehåller θ_0 med sannolikheten $1-\alpha$.

Som tidigare framgått utgår den **Bayesianska metodiken** från en a priori fördelning $p(\theta)$, som uttrycker vår kunskap eller brist på kunskap om θ innan observationerna y har beaktats. Denna a priorifördelning kan vara grundad på tidigare erfarenhet om θ , erfarenhet som inte nödvändigtvis måste vara grundad på stickprovobservationer av typ (7). För en given sannolikhetsmodell $p(y | \theta)$ kombineras a priorifördelningen med den information som ingår i observationerna y genom beräkning av posteriorifördelningen $p(\theta | y)$. Till skillnad från ett enstaka konfidensintervall ger denna posteriorifördelning en fullständig bild av vår nya kunskap om θ . Denna uppdaterade fördelning kan sedan användas till att beräkna olika storheter som beror av θ allt efter vad beslutssituationen kräver. Så t.ex. kan vi beräkna ett *trolighetsintervall* (credible interval) $C(y)$

$$P[\theta_0 \in C(y)] \geq 1 - \alpha \quad (9)$$

sådant att när observationerna y beaktats är sannolikheten minst $1 - \alpha$ att det sanna värdet θ_0 ligger i C . Trolighetsintervall har således en betydligt enklare tolkning och större användningsmöjligheter än konfidensintervall. Men framför allt kan vi från posteriorifördelningen $p(\theta | y)$ återgå till den primära storheten, tillväxthastigheten Y , och uttala oss om denna i sannolikhetsstermer, t.ex. ovan-nämnda sannolikhet, $P(Y > y_c)$, att spricktillväxten Y överskrider något kritiskt värde y_c .

Sammanfattningsvis kan sägas att den Bayesianska metodiken, grundad på begreppet "subjektiva sannolikheter", bättre utnyttjar den totala information som finns om det aktuella problemet jämfört med den klassiska metodiken. Bayesiansk metodik är också mera beslutsorienterad genom att den möjliggör beräkning av de storheter som beslutssituationen kräver. När framtida observationer eller mätningar görs kan dagens posteriorifördelning tjäna som a priorifördelning vid uppdatering med nya data. Detta är i korthet de skäl varför Bayesiansk metodik används i denna studie. Metodiken har också med framgång etablerats bl.a. i svensk kärnkraftsäkerhetsanalys vid skattning av säkerhetskomponenters felintensiteter [7] och frekvenser för inledande händelser (transienter) [8].

3.3 Den aktuella tillämpningen

Modellen för spricktillväxthastighet i avsnitt 2 innehåller tre parametrar (a , b , σ). Om dessa parametrar vet vi åtminstone att $a > 0$, $b > 0$ och $\sigma > 0$. Så mycket mera vet vi inte, och därför är det naturligt att utgå från en icke-informativ a priori fördelning som vi ovan berört. När en sådan fördelning härleds på matematisk väg enligt den ovannämnda principen om "data translated likelihood" och på basen av modellen (4) fås

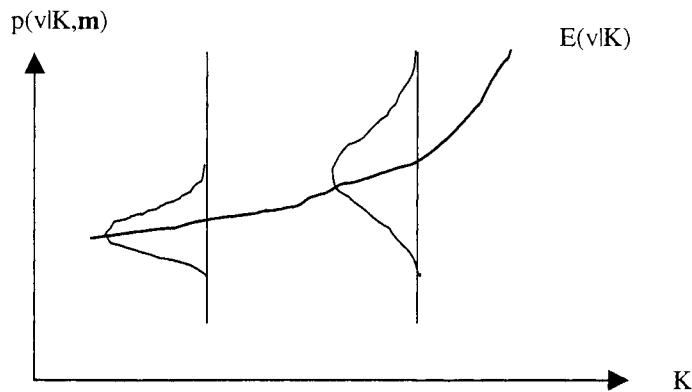
$$p(a) \sim \text{likformig}, \quad p(b) \sim b^{-1} \quad \text{och} \quad p(\sigma) \sim \sigma^{-1} \quad (10)$$

När denna a priori fördelning kombineras med faktiska observationer \mathbf{m} , empiriska eller laboriemätningar där vi för varje mätvärde m_i antas känna spänningsintensiteten K , fås posteriori fördelningen för (a , b , σ), $p(a, b, \sigma | \mathbf{m})$. Med denna uppdaterade fördelning

som bas kan man återgå till den primära storheten, tillväxthastigheten v , och för varje godtyckligt vald spänningsintensitet K beräkna en fördelning för v enligt

$$p(v|K, \mathbf{m}) = \iiint p(v|K, a, b, \sigma) \cdot p(a, b, \sigma | \mathbf{m}) da db d\sigma \quad (11)$$

Denna fördelning utgör ett fullständigt mått på osäkerheten i tillväxthastighet v för varje givet K , såsom skisseras i vidstående figur.



Fördelningen i (11) ger oss frihet att presentera tillväxthastigheten och osäkerheten i denna som funktion av K på olika sätt. Vi kan exempelvis för varje givet K beräkna medelvärdet för tillväxthastigheten, $E(v|K, \mathbf{m})$. När dessa medelvärden sammanbinds fås den kontinuerliga kurva som figuren ovan illustrerar. Ett annat sätt vore att beräkna den kurva som representerar den mest sannolika tillväxthastigheten för varje givet K , genom att sammanbinda fördelningarnas typvärden (maximipunkter). Vi kan också välja en godtycklig grad av konservatism genom att sammanbinda motsvarande percentiler, exempelvis 95-percentilerna, och på så sätt få en "upper bound" kurva på viss sannolikhetsnivå.

Vare sig problemet är att bedöma den fortsatta utvecklingen av en identifierad spricka eller revidera gällande kontrollprogram kan vi knappast utgå från en enda given spänningsintensitet [4]. Såvida den förväntade variationen i mekanisk last kan beskrivas med en variation i spänningsintensitet K kan den probabilistiska modellen i (11) utökas med en randomiserad K . Då måste vi specificera en fördelning för K och sedan beräkna en osäkerhetsfördelning för v som inte är betingad av något specifikt värde på K men beroende av den variation vi förutser för K .

Genomförandet av ovan beskriven analys kräver numeriska beräkningar, varför ett datorprogram (SCCRATE) utvecklats för ändamålet. Tack vare tidigare vunna erfarenheter av liknande problem och även tidigare utvecklade beräkningsverktyg, såsom T-Code [5] och BayTrend [6], hade vi i detta fall en god bas att utgå ifrån. Vad vi kunde utnyttja i dessa program var själva programadministrationen medan nyutveckling har krävts för att hantera de parametrar och fördelningar vi skisserat ovan. När väl ett programverktyg föreligger är det lätt att genomföra jämförande studier för varierande

parameterkombinationer och också att implementera framtida förbättringar i den grundläggande tillväxtmodellen.

3.4 Resultat

Exempel 1. Som ett första exempel har vi valt tillväxtdata ur databasen '182re3u' gällande nickelbaslegerat svetsmaterial Alloy 182. Genom selektering av data som uppfyller kvalitetskoden 1 för normal vattenkemi NWC (Normal Water Condition) erhöles de data som visas i Tabell 1.

Eftersom den 3-dimensionella posteriorifördelningen $p(a,b, \sigma|m)$ är svår att visualisera måste vi nöja oss med att studera marginalfördelningarna för a , b resp. σ , Figur 1 – 3. Parametrarna (a,b,σ) är fiktiva modellparametrar som inte kan mätas eller observeras. Deras roll består i att vara bärare av den information som finns i gjorda observationer. När den informationen utnyttjas vid integrationen i (11) fås osäkerhetsfördelningar för tillväxthastigheten v , en fördelning för varje given spänningsintensitet K . Den fördelning som svarar mot $K = 40$ återges i Fig. 4.

Mättings-ID	K (MPa√m)	v (mm/s)
"XXXVII	D6 6",	41.6 2.4E-07
"XXXIX	E4 6",	21.0, 6.7E-08
"169-9:2_1	Alloy 182 13",	20.7, 6.5E-08
"169-9:2_2	Alloy 182 13",	20.2, 4.7E-08
"169-10:2_1	Alloy 182 13",	20.4, 4.4E-08
"169-10:2_2	Alloy 182 13",	18.9, 2.7E-08
"169-11:2_1	Alloy 182 13",	25.8, 4.4E-08
"169-11:2_2	Alloy 182 13",	24.0, 2.7E-08
"1.3-1:2	Alloy 182 19",	36.1, 2.2E-09
"1.3-2:2	Alloy 182 19",	30.0, 1.8E-08
"2.3-1:2	Alloy 182 19",	36.2, 1.0E-08
"2.3-2:2	Alloy 182 19",	31.0, 5.0E-09
"2.3-3:2	Alloy 182 19",	22.6, 2.6E-09
"169-6:2	Alloy 182 19",	20.6, 1.5E-08
"169-7:2	Alloy 182 19",	36.2, 4.4E-08
"169-13:2	Alloy 182 19",	29.1, 7.1E-08

Tabell 1: *Tillväxthastigheter med kvalitetskod 1 för nickelbaslegerat svetsmaterial Alloy 182 gällande normal vattenkemi (NWC)*

Fördelningen i Fig. 4 är både sned och bred. Dess 5-, 50- och 95-percentiler är $3.5E-9$, $3.4E-8$ resp. $3.5E-7$ mm/s medan medelvärdet är $9.6E-8$ mm/s. Sålunda är nedre percentilen en faktor 10 lägre än medianen och övre percentilen en faktor 10 högre än medianen. Variationsområdet för tillväxthastigheten v för given spänningsintensitet K omfattar därmed två dekader. Ovannämnda tre percentiler finns även markerade i Fig. 5 för $K=40$. När analoga beräkningar görs för $K=20$ och $K=30$, och erhållna percentiler införs i Fig.5 och sammanbindes, fås praktiskt taget räta linjer som framgår av Figuren.

Vi måste alltså konstatera att de tillväxthastigheter vi här har valt som illustrations-exempel är förbundna med en mycket stor osäkerhet. Detta är en klar indikation på att det, utöver spänningsintensiteten i den enkla modellen (1), måste finnas en rad andra faktorer som påverkar den uppmätta tillväxt-hastigheten. Samma konstaterande görs även i [2] som ger exempel på tänkbara osäkerhetskällor såsom experimentell teknik, kvalitet och stabilitet i testförhållandena, mätning av kritiska parametrar som korrosionspotential, procedur för "pre-cracking" och övergång till spänningskorrosion, beräkning/tolkning av tillväxthastigheter från mätdata etc.

Med så stor osäkerhet som vi ovan beskrivit kan vi inte förvänta oss att tillväxtdata i Tabell 1 ger något stöd åt vare sig tillväxtlagen (1) eller någon alternativ tillväxtlag. För tillväxtlagen (1) framgår detta så tydligt av Fig. 1 som visar att exponenten a i tillväxtlagen snarare är $a < 1$ än $a > 1$, vilket strider mot gängse uppfattning och erfarenhet bland materialexperter om spricktillväxtens beroende av spänningsintensiteten. Trots det ovan sagda är den allmänt vedertagna tillväxtlagen (1) på intet sätt värdelös ur statistisk synpunkt. Med sina tre parametrar representerar (1) en omfattande klass av tillväxtlagar, innefattande kandidater med såväl starka som svaga beroenden av spänningsintensiteten. I steget från a priori- till posteriorifördelning tilldelas varje kandidat sin sannolikhetsvikt i enlighet med graden av överensstämmelse med uppmätta tillväxthastigheter. Vi är därför övertygade om att klassen (1) av tillväxtlagar fångar upp informationen i mätdata och osäkerheten i denna.

Tillväxtlagen (1) påminner om en vanligt förekommande modell för trendanalys [6], vilken vi återkommer till i avsnitt 4.1 och som mera tydligt framhäver Tabell 1-datas svaga beroende av spänningsintensiteten.

Exempel 2. Bara för att illustrera den statistiska modellens egenskaper väljer vi en specifik delmängd ur Tabell 1 och gör en motsvarande statistisk analys av data i Tabell 2. Så får man givetvis inte göra i en statistisk analys, men här tillåter vi oss detta enbart för att belysa modellens egenskaper och vad data betyder för slutresultatet. Vi antar alltså att endast följande tillväxtvärden i Tabell 2 är tillgängliga för analys.

Tabell 2: Några tillväxthastigheter för nickelbaslegerat svetsmaterial Alloy 182 gällande normal vattenkemi (NWC) (delmängd ur Tabell 1)

Mättnings-ID		K (MPa \sqrt{m})	v (mm/s)
"XXXVII	D6	6", 41.6,	2.4E-07
"169-10:2_2	Alloy 182	13", 18.9,	2.7E-08
"169-11:2_1	Alloy 182	13", 25.8,	4.4E-08
"169-11:2_2	Alloy 182	13", 24.0,	2.7E-08
"169-6:2	Alloy 182	19", 20.6,	1.5E-08
"169-13:2	Alloy 182	19", 29.1,	7.1E-08

Bland resultaten väljer vi att presentera fördelningarna för exponenten a och spridningsparametern σ , Figureerna 6 och 7, samt det 90 %-iga osäkerhetsbandet för tillväxthastigheten, Fig. 8. Jämförelse av Fig.6 med Fig.1 visar på helt olika variationsområden

för tillväxtlagens exponent. Spridningsparametern σ i Fig.7 är lokaliserad kring väsentligt mindre värden än motsvarande parameter i Fig.3, vilket innebär att tillväxthastigheterna i Tabell 2 uppvisar en betydligt större följsamhet till tillväxtlagen än tillväxthastigheterna i Tabell 1. Denna slutsats kan också dras av Fig.8 vid jämförelse med Fig.5.

Av ovan beskriven övning drar vi lärdomen att osäkerhetsintervallet för sprickors tillväxthastighet består dels av den faktiska spridningen i uppmätta tillväxthastigheter för given spänningsintensitet dels av den statistiska osäkerheten. Om antalet observationer under likartade förhållanden utökas kvarstår den förra osäkerhetskomponenten medan den statistiska osäkerheten minskar. Vi kan alltså inte i förväg precisera hur många datapunkter som behövs för att uppnå 'användbara' resultat. Å andra sidan får vi efter genomförd statistisk analys en fullständig bild av den totala osäkerheten i uppskattade tillväxthastigheter. Analysresultatets användbarhet måste sålunda bedömas från fall till fall.

4 Alternativa statistiska modeller

I de föregående avsnitten har vi antagit en spricktillväxtlag av typ (1) som bas för den statistiska modellen (4). Valet av modell för sprickors tillväxt tillför värdefull generisk information såvida modellen bygger på och återger beprövad erfarenhet. Modellen kan då också fånga upp och nyttiggöra informationen i kommande observationer. Tillväxtlagen i (1) definierar en familj av modeller där de okända modellparametrarna 'a' och 'b' kan tänkas karaktärisera olika material och miljöer. Det är den statistiska analysens uppgift att skatta dessa parametrar inklusive osäkerheter.

I avsnitt 3.4 drog vi slutsatsen att spricktillväxtdata i Tabell 1 inte ger något nämnvärt stöd åt tillväxtlagen (1), därtill är spridningen i data kring någon genomsnittlig tillväxtlag alltför stor. Den totala standardavvikelsen för $\log(v)$ i Tabell 1 är 1,27, vilket enligt Fig.3 ligger i närheten av medelvärdet för σ , som beskriver standardavvikelsen kring den tänkta tillväxtlagen. Det kan sålunda konstateras att tillväxtlagen (1) i detta fall har ett mycket begränsat förklaringsvärde. Vi vill därför i detta avsnitt föra ett resonemang om alternativa statistiska modeller som inte primärt är baserade på någon specifik tillväxtlag.

4.1 Trendanalys

Vi kan också se på modellen (1) som en trendanalysmodell som beskriver den övergripande tendensen i tillväxtdata som funktion av spänningsintensiteten. Då föredrar vi att skriva (1) på formen

$$v = b \cdot K^{a-1} \quad (12)$$

där parametern 'a' är den centrala trendparametern eftersom $a < 1$ beskriver en avtagande trend medan $a > 1$ står för en stigande trend. Modellen kan sålunda hantera både växande och avtagande trender liksom trender av konvex eller konkav natur.

Förövrigt utgår vi ifrån en statistisk modell helt i analogi med (4), d.v.s.

$$\log(v) \sim N[\log(b)+(a-1)\cdot\log(K), \sigma]. \quad (13)$$

Bland resultaten av en Bayesiansk skattning av trendmodellens parametrar är vi speciellt intresserade av fördelningen för 'a', som återges i Fig. 9. Den omedelbara slutsatsen är att spricktillväxtdata i Tabell 1 inte uppvisar någon klar trend. Trendparametern 'a' vacklar mellan avtagande och stigande trend med sannolikheter på ca 45% respektive 55%. Att säga att spricktillväxthastigheten enligt Tabell 1 ökar som funktion av spänningsintensiteten är alltså en utsaga under stor osäkerhet.

4.2 Statistisk analys utan tillväxtlag

Att göra en statistisk analys av sprickors tillväxthastighet som funktion av spänningsintensitet utan att involvera någon tillväxtlag låter sig göras om man analyserar en delpopulation i taget med relativt likartad spänningsintensitet. Så skulle tillväxtdata i Tabell 1 kunna delas i t.ex. tre delpopulationer med spänningsintensitet $K \approx 20$, $K \approx 30$ resp. $K \approx 40 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. För varje delpopulation kan vi, istället för (4), ansätta den statistiska modellen

$$\log(v) \sim N(\mu, \sigma), \quad (14)$$

d.v.s. att $\log(v)$ som tidigare antas vara normalfördelad med medelvärdet μ och standardavvikelsen σ . Hur medelvärdet μ beror av rådande spänningsintensitet behöver vi här inte modellera explicit.

De okända parametrarna μ och σ kan sedan skattas helt analogt med ovan beskrivna Bayesianska förfarande. I detta fall är den icke-informativa a priori fördelningen

$$p(\mu) \sim \text{likformig}, \quad p(\sigma) \sim \sigma^{-1} \quad (15)$$

När (14) och (15) kombineras i enlighet med Bayes' sats fås en posteriori fördelning $p(\mu, \sigma | \mathbf{m})$ som kan utnyttjas för att beräkna fördelningen för den primära storheten, tillväxthastigheten v eller dess logaritm, $\log(v)$.

Att skatta parametrarna i en normalfördelning på klassiskt vis brukar behandlas utförligt i elementär kurslitteratur i statistik. På basis av data i delpopulationen (stickprovet) beräknas stickprovets medelvärde m och standardavvikelse s . Då gäller att statistikan

$$t = \sqrt{n-1} (m - \mu)/s \quad (16)$$

har en s.k. t-fördelning (eller "Student") med $n-1$ frihetsgrader. Fördelningen, som ofta finns tabellerad i statistisk litteratur, kan sedan användas för att pröva om μ kan antas ha något givet värde.

Här ställer vi oss dock tveksamma till om det i den aktuella tillämpningen är tillräckligt att kunna pröva hypoteser om medelvärdet μ i modell (14) eftersom intresset är fokuserat på tillväxthastigheten v som sådan eller dess logaritm. Man kan mycket approximativt uttala sig om v genom att ersätta μ och σ i (14) med stickprovsskattningarna m resp. s , men då förlorar man samtidigt greppet om den statistiska osäkerheten. En adekvat analys av konfidensintervall för μ och σ jämte deras korrelation skulle leda till ett förfarande som är mera komplicerat än den Bayesianska ansatsen.

Slutligen vill vi påminna om att resultatet av en analys utan tillväxtlag – Bayesiansk eller klassisk - gäller enbart för den population som ingångsdata representerar. Fördelen med en tillväxtlag är att tillväxthastigheter för olika spänningsintensiteter kan kombineras, ju större spännvidd i intensitet desto bättre.

5 Validering av beräkningsverktyget

Exempel 3. För att lättare kunna kontrollera korrektheten i det i avsnitt 3.3 nämnda beräkningsprogrammet SCCRATE har detta verktyg tillämpats på ett simulerat datafall. Vi antog en tillväxtlag (3) med $a = 2.0$, $b = 1.E-8$ och med en felterm ϵ som slumpmässigt varierar enligt $N(0, 0.1)$. Med sistnämnda slumpstal tagna ur Tabell A-2 i [11] och en spänningsintensitet K som varierar i intervallet $20 - 40 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ erhöles de tillväxthastigheter som är återgivna i Tabell 3.

Mättings-ID K (MPa $\sqrt{\text{m}}$) v (mm/s)

"Specimen 1"	20.	4.19e-6
"Specimen 2"	22.	4.91e-6
"Specimen 3"	24.	7.36e-6
"Specimen 4"	26.	6.55e-6
"Specimen 5"	28.	7.79e-6
"Specimen 6"	30.	9.27e-6
"Specimen 7"	32.	9.95e-6
"Specimen 8"	34.	13.16e-6
"Specimen 9"	36.	13.28e-6
"Specimen 10"	38.	13.12e-6
"Specimen 11"	40.	16.10e-6

Tabell 3: *Tillväxthastigheter v simulerade enligt modell (3) med $a = 2.0$, $b = 1.E-8$ och $\epsilon \sim N(0, 0.1)$*

Resultatet av detta valideringsexperiment presenteras i Figureerna 10 – 14. Tillväxthastigheterna i Tabell 3 följer strikt den enkla tillväxtlagen (2) med undantag av en förhållandevis liten slumpmässig påbyggnad ϵ . Av Fig.10 framgår att beräkningarna resulterar i ett 90%:igt osäkerhetsintervall för varierande K-värden som på ett trovärdigt sätt täcker in ”uppmätta” tillväxthastigheter v . Osäkerheten i v för $K = 40 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ beskrivs av fördelningen i Fig.11.

Även om tillväxtdata i detta fall huvudsakligen är deterministiska kan inte den statistiska modellen förväntas till fullo upptäcka detta. Även tillväxtlagar som ligger i närheten av den valda – $a = 2.0$, $b = 1.E-8$ och $\epsilon \sim N(0, \sigma)$ med $\sigma = 0.1$ – accepteras av modellen som varande plausibla. Detta framgår av Fig. 12 – 14 som visar fördelningarna för a , $\log(b)$ resp. σ . Alla tre fördelningarna är relativt väl koncentrerade kring ovannämnda ”sanna” värden.

Sammanfattningsvis visar valideringsexperimentet att beräkningsverktyget som sådant är tillförlitligt.

6 Kommentarer och slutsatser

I denna studie diskuteras metoder för statistisk analys av kvalificerade data över tillväxthastigheter som funktion av material-, miljö- och lastparametrar. En god kännedom om sådana samband samt osäkerheten i dessa samband är en bland flera ingredienser som är nödvändiga vid en helhetsbedömning av den fortsatta utvecklingen av identifierade defekter. I studien gjorda erfarenheter sammanfattas i korthet här nedan.

- Den bland materialexperter allmänt vedertagna tillväxtlagen $v = b \cdot K^a$, som använts här, kan som alla modeller ifrågasättas. Spridningen i befintliga tillväxtdata är i regel så stor att något försök till modellvalidering inte ha gjorts. Genom att randomisera tillväxtlagen ovan, där parametrarna a och b samt ytterligare en spridningsparameter σ behandlas som stokastiska storheter, fås en allsidig klass av tillväxtlagar som väl täcker in befintliga mätdata och leder till plausibla prediktioner i det intervall för spänningsintensiteter som mätdata representerar. Att ha tillgång till en modell för spricktillväxtens beroende av spänningsintensiteten gör att man kan utnyttja den från alla tillväxtmätningar sammantagna informationen, och som slutresultat få ett mått på graden av detta beroende.
- Ett alternativt tillvägagångssätt hade varit att bara betrakta de mätdata som svarar mot en viss spänningsintensitet K (delpopulation) och på basen av dessa skatta medelvärde och varians för den fördelning som valts att beskriva variationen (osäkerheten) i tillväxthastigheten v , och sedan upprepa förfarandet för varierande spänningsintensiteter. Då behövs ingen tillväxtlag men å andra sidan blir delpopulationerna förhållandevis små med förlust av statistisk information som följd. Och resultatet av en analys utan tillväxtlag gäller enbart för den delpopulation som mätdata representerar.

- Målet med varje statistisk analys är att förmedla kunskap om osäkerheter. I denna studie innefattas osäkerheten i tillväxtlagens parametrar (a, b) och parametern σ som beskriver mätdatas avvikelse från varje tänkbar tillväxtlag av ovan angiven typ. I Bayesiansk statistisk metodik, som vi här har valt att använda, beskrivs all osäkerhet med sannolikheter och sannolikhets-fördelningar, så också i fallet okända parametrar. Så även om parametern a vore konstant (ingen stokastisk variation) är dess värde dock okänt, och denna bristfälliga kunskap beskrivs med en fördelning. När kunskapen om a ökar i takt med en växande mängd data förändras fördelningen.
- Den Bayesianska metodiken jämte tillämpningar beskrivs i kapitel 4. Metodiken innebär, i termer av det aktuella problemet, att varje tänkbar kombination av de tre parametrarna (a, b, σ) tilldelas en sannolikhet, först en a priori sannolikhet och sedan en uppdaterad, posteriori sannolikhet. Uppdateringen görs på basis av graden av överensstämmelse med uppmätta tillväxthastigheter (Bayes' sats). Sålunda prövas varje kandidat i den valda klassen av tillväxtlagar, och utfallet av denna prövning redovisas som en osäkerhetsfördelning för modellens parametrar (a, b, σ) (se Fig.1-3). Denna osäkerhetsfördelning fortplantas sedan till en fördelning för den primära storheten, tillväxthastigheten v (se Fig.4). Ur sistnämnda fördelning kan vi avläsa med vilken sannolikhet tillväxthastigheten överskrider varje godtyckligt valt värde.
- I denna studie har vi utvecklat ett beräkningsverktyg som möjliggör beräkning av ovannämnda osäkerhetsfördelningar för modellparametrarna och för tillväxthastigheten som funktion av spänningsintensitet. Genom tillämpning av verktyget på tillväxtdata för olika material och korrosions-potentialer kan man för varje kombination av material och miljö generera ett percentildiagram av den typ som visas i Fig.5.
- De osäkerhetsintervall som framgår av Fig.5 innehåller dels en rent statistisk osäkerhet dels en kanske systematiskt betingad variation i populationen av mätdata. Den senare komponenten kan härröra från ett flertal faktorer som utmärker mätmiljön men som är okända för oss. Ett utökat antal mätningar skulle därför inte nödvändigtvis leda till snävare osäkerhetsintervall.
- Vi kan inte i förväg precisera hur många datapunkter som behövs för att uppnå 'användbara' resultat. Den information som ligger till grund för analysen – i form av dels a priori kunskap dels faktiska observationer – bestämmer helt slutresultatet. Efter genomförd statistisk analys har vi en bild av osäkerheten i uppskattade parametrar och tillväxthastigheter. Sålunda måste resultatet av en analys bedömas från fall till fall. Det är exempelvis helt uppenbart att t.ex. två datapunkter som grund för en analys kan leda till en orealistiskt god noggrannhet i skattningen av tillväxthastigheten.

7 Referenser

1. Karen Gott. *Using Materials Research Results in New Regulations – The Swedish Approach*. S 639 – 649, Environmental Degradation of Materials in Nuclear Power Systems, Breckenridge, CO, August 1997.
2. Peter L. Andresen. *IGSCC Crack Propagation Rate Measurement in BWR Environment. Executive Summary of a Round Robin Study*. SKI Report 98:27
3. Karen Gott. *Spänningskorrosionsspricktillväxthastigheter i BWR-miljö*. SKI-PM 98:17 Remissutgåva, 1998-07-03.
4. P. Aaltonen, K. Saarinen & K. Simola. *The correlation of IGSCC propagation with the power plant transient history*. Int. J. of Pressure Vessels and Piping 55, s. 149-162, 1993.
5. T-CODE. *A Tool for Bayesian Estimation of Component Failure Rate. User's and Methodology Manual*. Pörn Consulting, 1997.
6. BayTREND. *A Tool for Bayesian Trend Analysis. User's and Methodology Manual*. Pörn Consulting, 1998.
7. T-book, 4th edition. *Reliability Data of Components in Nordic Nuclear Power Plants*. Prepared for the power companies OKG, Sydkraft, TVO and Vattenfall by the TUD Office, Studsvik Eco Safety AB and Pörn Consulting. ISBN 91-7186-306-0, 1996.
8. K.Pörn, K. Shen & R. Nyman. I-bok, ver.2. Inledande händelser vid nordiska kärnkraftverk. SKI Report 94:12, ISSN 1104-1374 (1994).
9. G.E.P. Box & G.C. Tiao. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Addison-Wesley, Reading, 1973.
10. Pörn, K. *On Empirical Bayesian Inference Applied to Poisson Probability Models*, Linköping Studies in Science and Technology. Dissertation, No.234, ISBN 91-7870-696-3, 1990.
11. W.J. Dixon & F.J. Massey, Jr. *Introduction to Statistical Analysis*. Second Edition, McGRAW-HILL, 1957.

Figurer

Figur 1: *Exempel 1. Marginalfördelning för parameter 'a'*

Figur 2: *Exempel 1. Marginalfördelning för parameter 'log(b)'*

Figur 3: *Exempel 1. Marginalfördelning för parameter σ*

Figur 4: *Exempel 1. Fördelning för spricktillväxthastighet för spänningsintensitet $K=40$*

Figur 5: *Exempel 1. Uppmätta tillväxthastigheter och beräknade percentiler (5-, 50- och 95- %) som funktion av spänningsintensitet*

Figur 6: *Exempel 2. Marginalfördelning för parameter 'a'*

Figur 7: *Exempel 2. Marginalfördelning för parameter σ*

Figur 8: *Exempel 2. Uppmätta tillväxthastigheter och beräknade percentiler (5-, 50- och 95- %) som funktion av spänningsintensitet*

Figur 9: *Fördelning för trendparameter för spricktillväxtdata i Tabell 1*

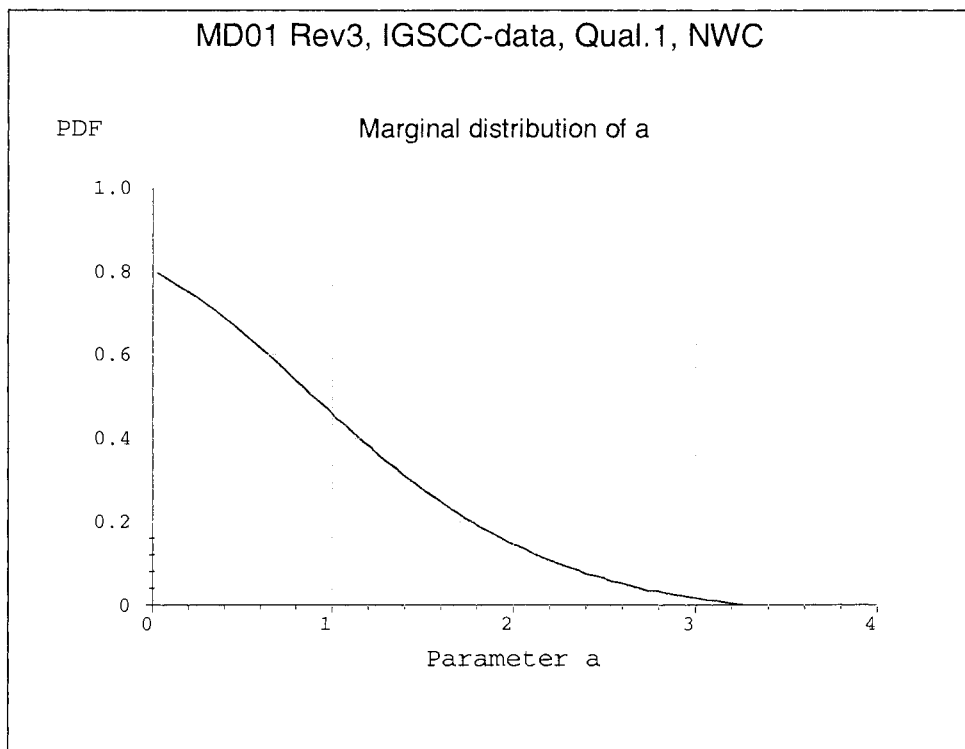
Figur 10: *Exempel 3. Simulerade tillväxthastigheter och beräknade percentiler (5- och 95- %) som funktion av spänningsintensitet*

Figur 11: *Exempel 3. Fördelning för spricktillväxthastighet för spänningsintensitet $K=30$*

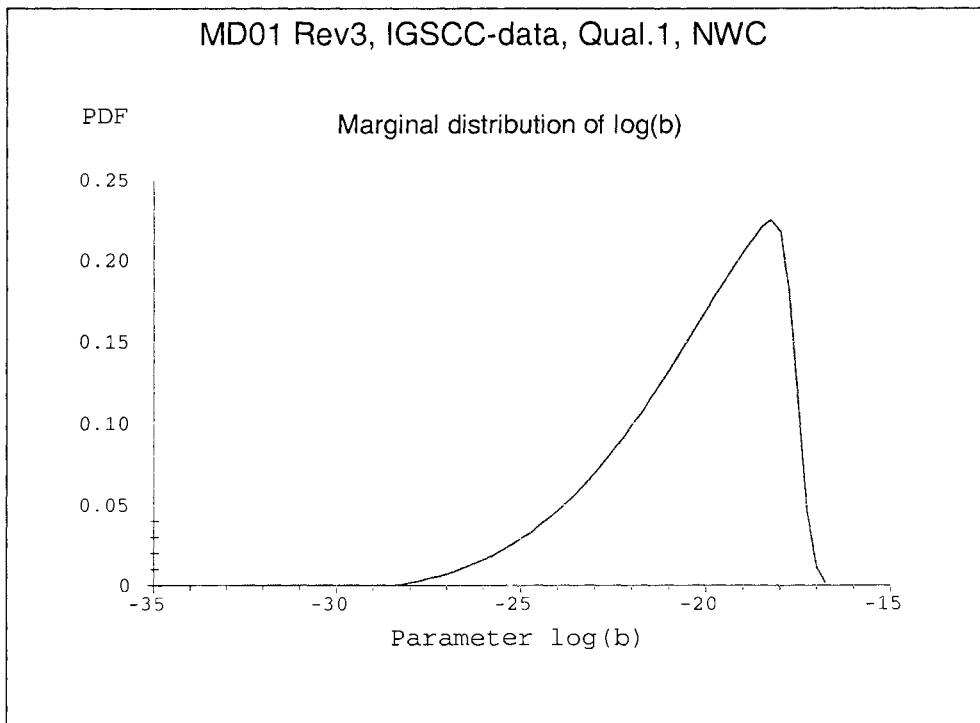
Figur 12: *Exempel 3. Marginalfördelning för parameter 'a'*

Figur 13: *Exempel 3. Marginalfördelning för parameter 'log(b)'*

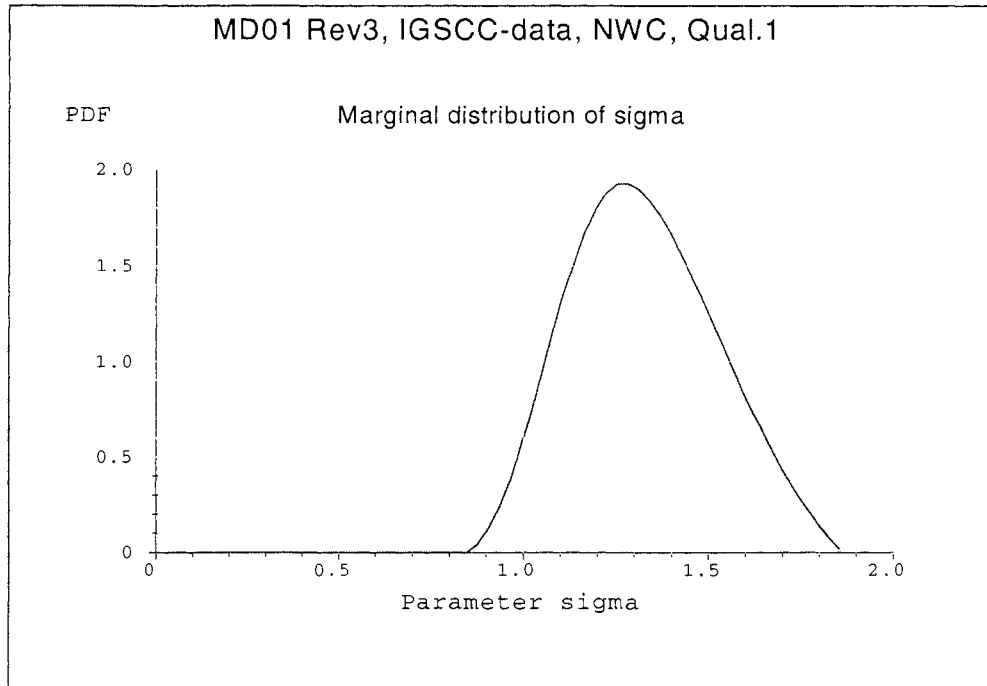
Figur 14: *Exempel 3. Marginalfördelning för parameter σ*



Figur 1: Exempel 1. Marginalfördelning för parameter 'a'

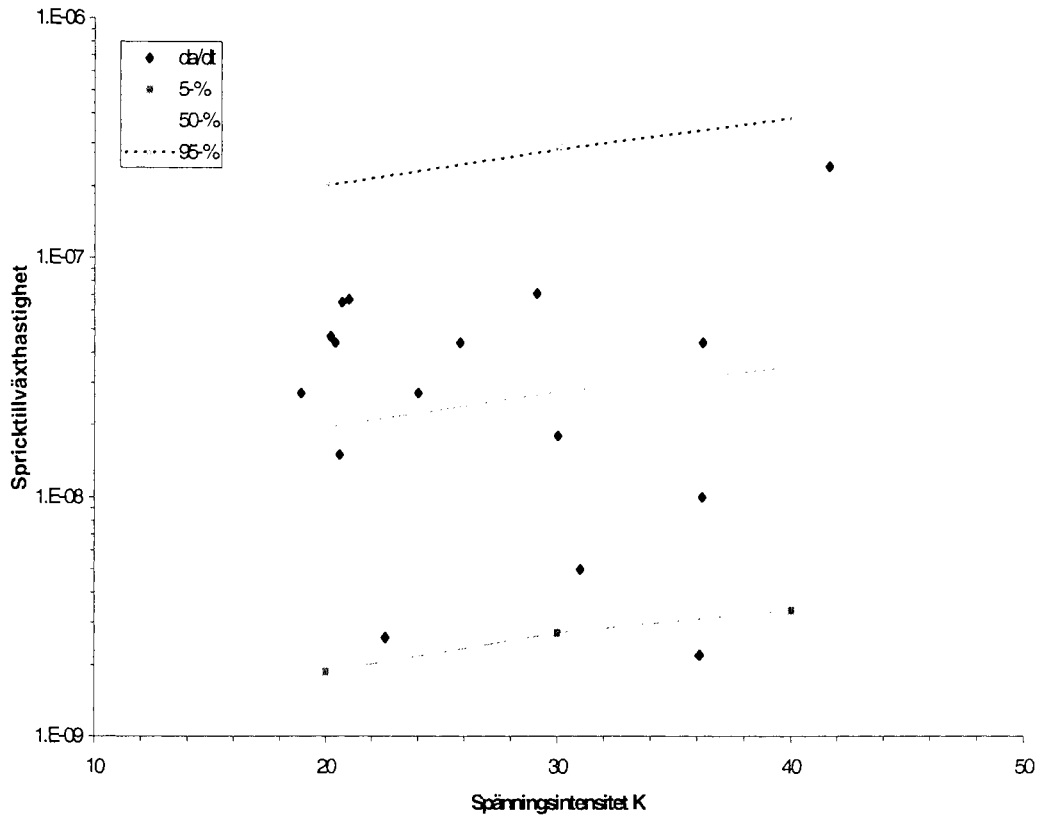


Figur 2: Exempel 1. Marginalfördelning för parameter 'log(b)'.

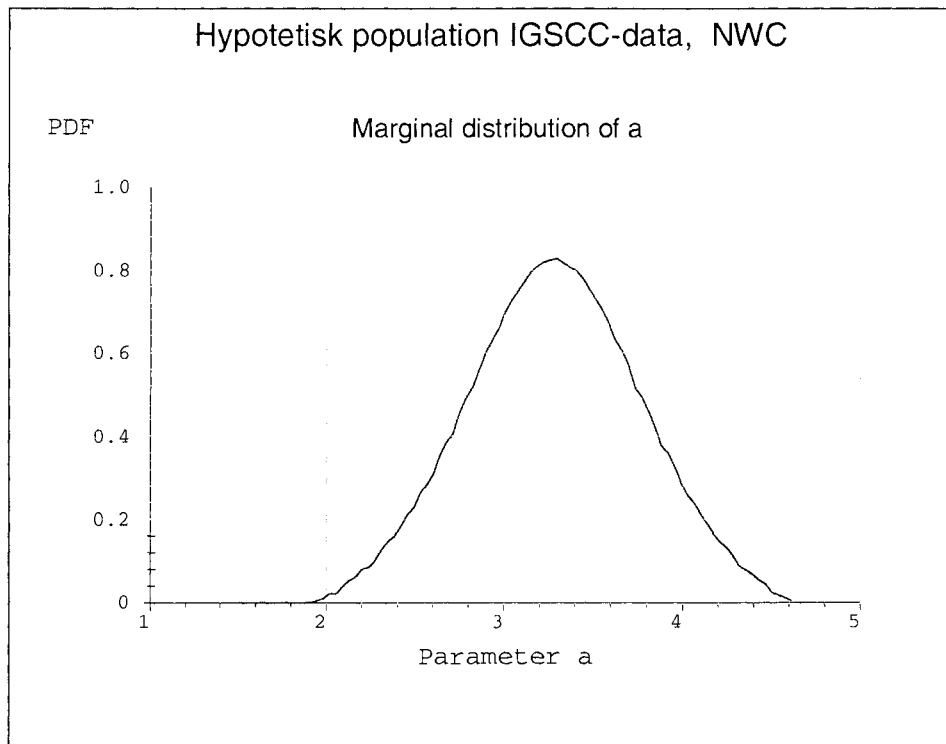


Figur 3: *Exempel 1. Marginalfördelning för parameter σ*

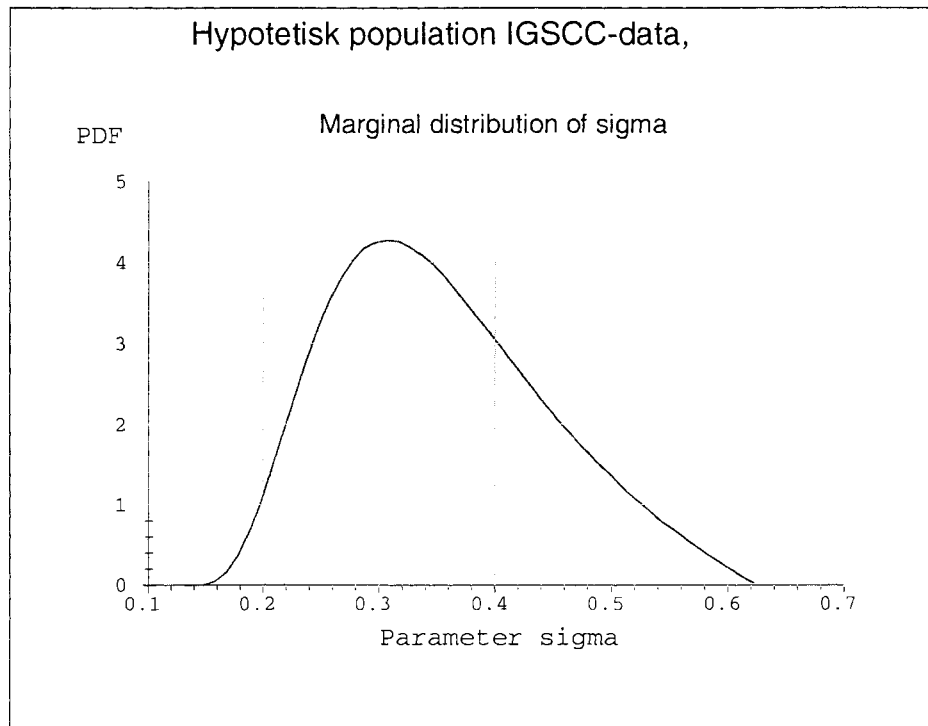
Figur 4: *Exempel 1. Fördelning för spricktillväxthastighet vid spänningsintensitet $K=40$*



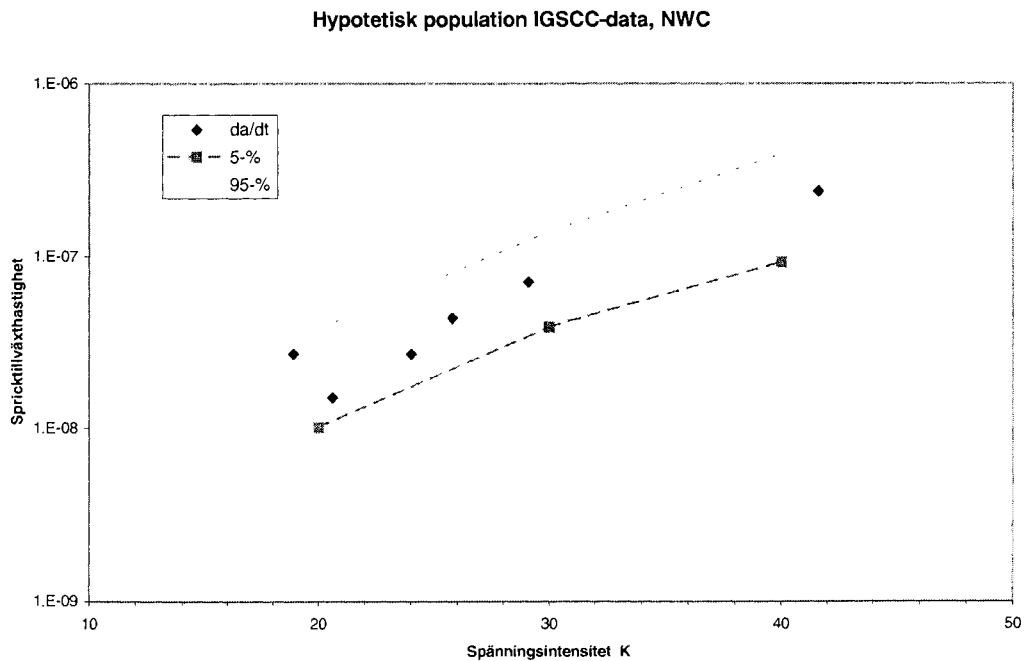
Figur 5: Exempel 1. Uppmätta tillväxthastigheter och beräknade percentiler (5-, 50- och 95- %) som funktion av spänningsintensitet



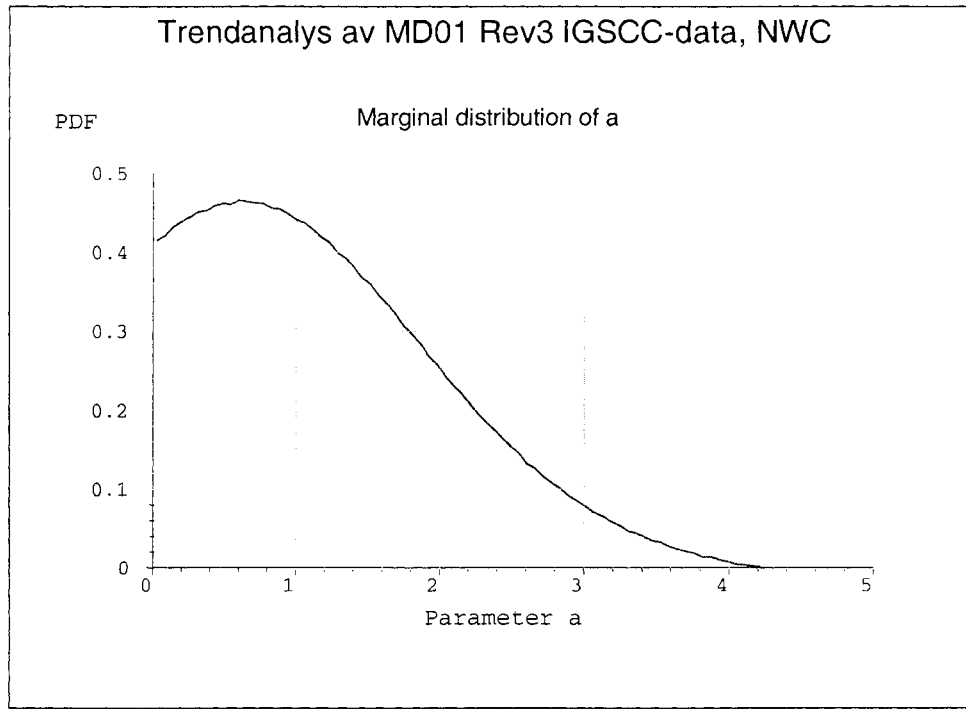
Figur 6: Exempel 2. Marginalfördelning för parameter 'a'



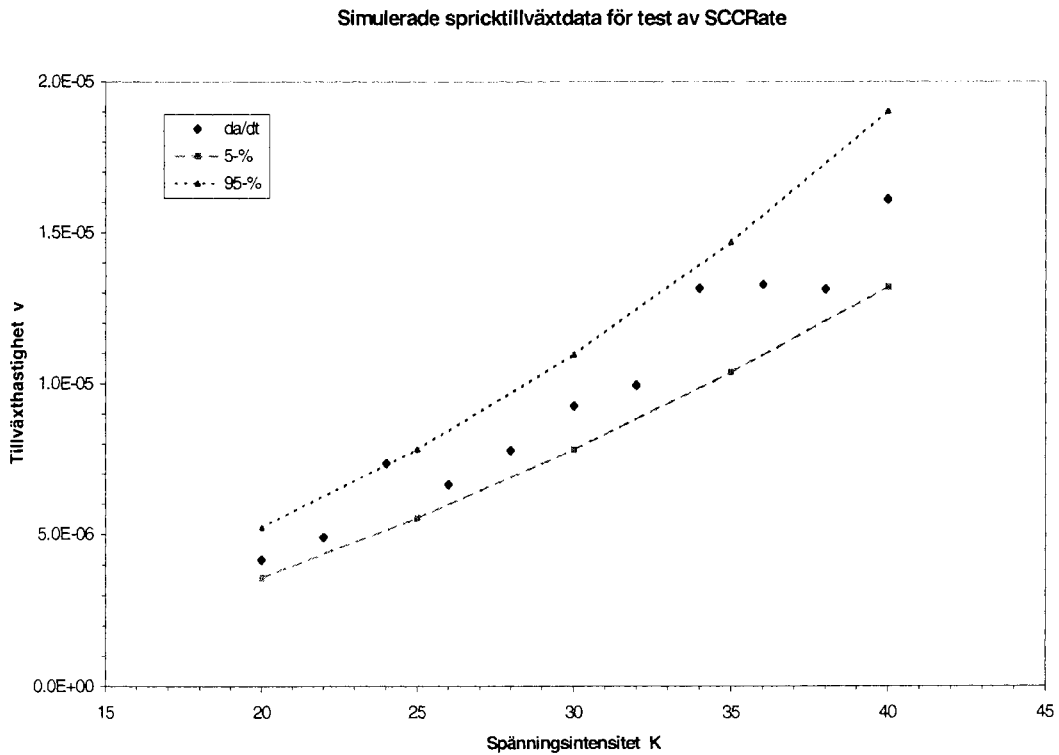
Figur 7: Exempel 2. Marginalfördelning för parameter σ



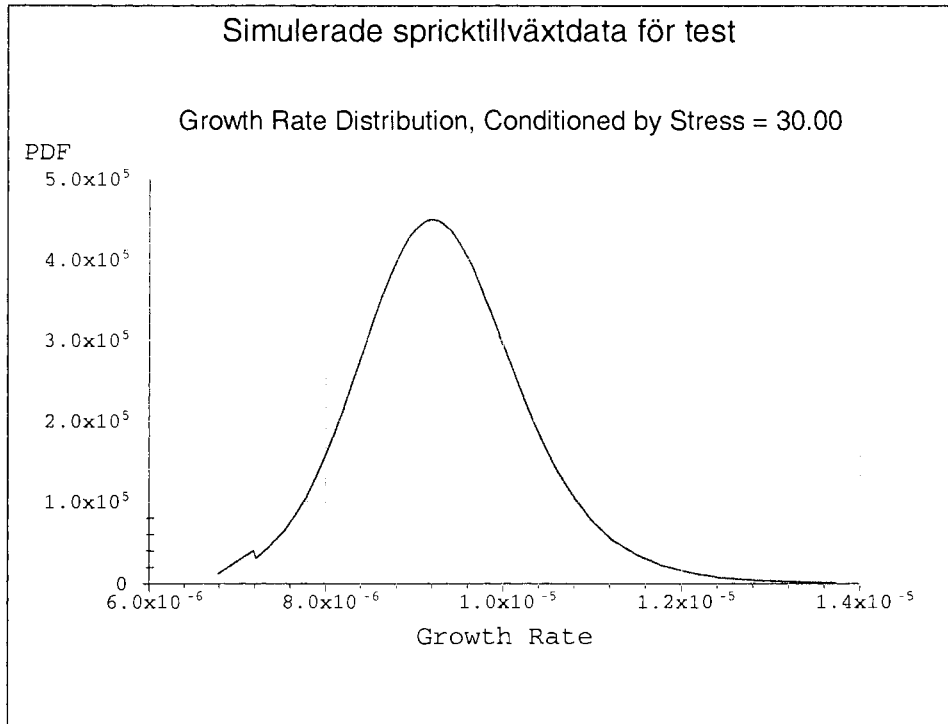
Figur 8: Exempel 2. Uppmätta tillväxthastigheter och beräknade percentiler (5- och 95-%) som funktion av spänningsintensitet



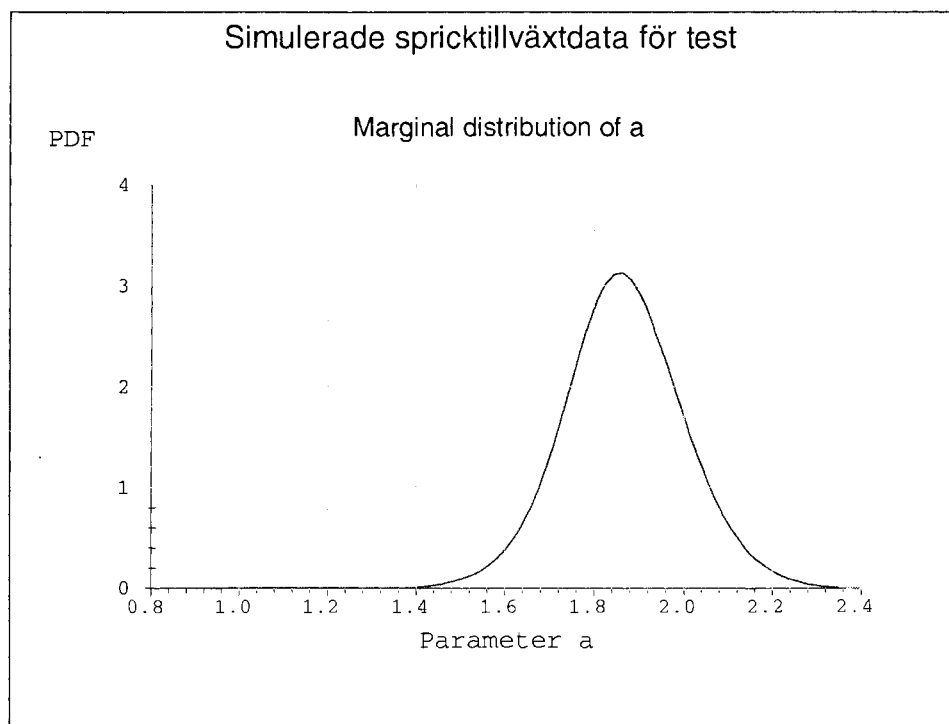
Figur 9: Marginalfördelning för trendparameter 'a' i ekv.(12) tillämpad på tillväxtdata i Tabell 1.



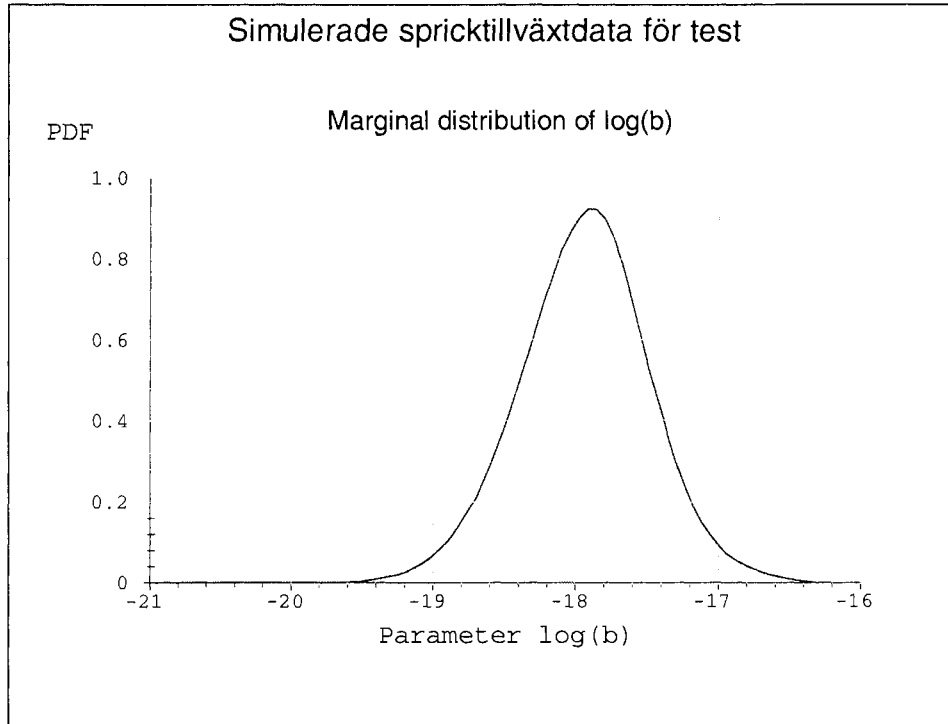
Figur 10: Exempel 3. Simulerade tillväxthastigheter och beräknade percentiler (5- och 95- %) som funktion av spänningsintensitet



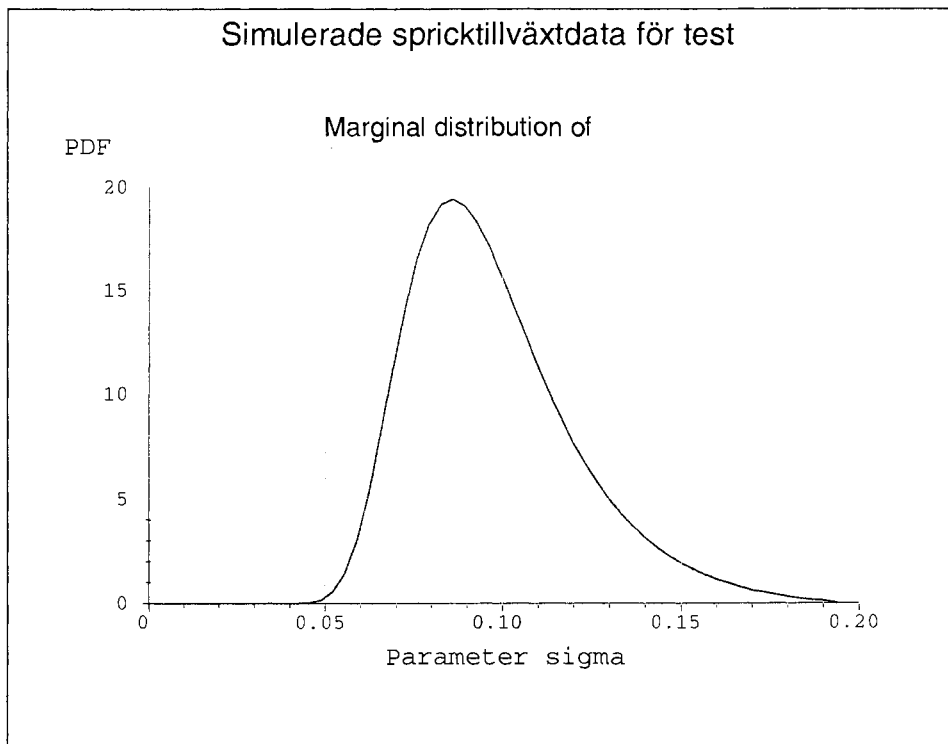
Figur 11: *Exempel 3. Fördelning för spricktillväxthastighet vid spänningsintensitet $K=30$*



Figur 12: *Exempel 3. Marginalfördelning för parameter 'a'. 'Sanna' värdet=2.0*



Figur 13: *Exempel 3. Marginalfördelning för parameter 'log(b)'. 'Sanna' värdet = -18.4*



Figur 14: *Exempel 3. Marginalfördelning för parameter σ . 'Sanna' värdet=0.1*

www.ski.se

STATENS KÄRNKRAFTINSPEKTION
Swedish Nuclear Power Inspectorate

POST/POSTAL ADDRESS SE-106 58 Stockholm

BESÖK/OFFICE Klarabergsviadukten 90

TELEFON/TELEPHONE +46 (0)8 698 84 00

TELEFAX +46 (0)8 661 90 86

E-POST/E-MAIL ski@ski.se

WEBBPLATS/WEB SITE www.ski.se